

∞ Γ₅ ∞ LES SUITES NUMÉRIQUES

« L'homme veut être le premier amour de la femme, alors que la femme veut être le dernier amour de l'homme.. »

Oscar Wilde

Exercice 1. On considère la suite u définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 2u_n - 1$ et $u_0 = 1$.

1. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
2. Montrer que la suite u n'est ni arithmétique ni géométrique.
3. On considère la suite v définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = u_n - 1$$

- (a) Calculer v_0 ; v_1 et v_2 . Que peut-on conjecturer quant à la nature de la suite v ?
 - (b) Démontrer que la suite v est géométrique.
 - (c) Exprimer v_n en fonction de n .
 - (d) En déduire une expression de u_n en fonction de n .
4. Calculer u_{10} ; u_{100} puis u_{1000} .
 5. Calculer la somme S suivante :

$$S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{100}$$

6. Expliquer pourquoi la somme $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$ vérifie la relation :

$$S' = S - 101$$

Calculer S' .