

LES SUITES NUMÉRIQUES

« La physique est bien trop dure pour les physiciens. »

David Hilbert

Exercice 1.

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = u_n - 4 \end{cases}$$

1. Calculer les termes de u_1 à u_4 .
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. En déduire la valeur des termes u_8 , u_{120} et u_{160} .
4. Calculer la somme S suivante

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{160}$$

Exercice 2.

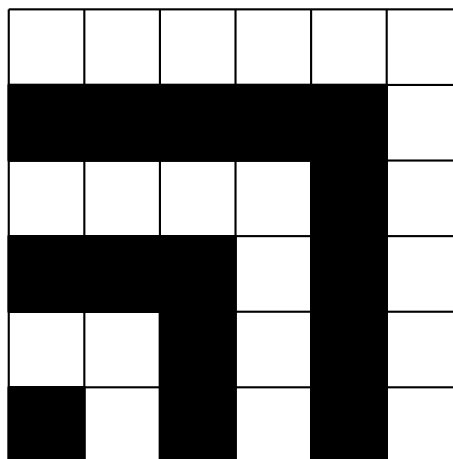
On considère la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

1. Calculer les termes de u_1 à u_4 .
2. Exprimer u_{n+4} en fonction de u_n .
3. En déduire la valeur des termes u_8 , u_{12} et u_{16} .
4. Calculer, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n$. Que peut-on en déduire ?

Exercice 3.

On désire carrelé une table carré en alternant des bandes « triangulaire » de carreaux noirs puis de carreaux blancs comme sur la table de taille 6×6 suivante :



On désigne par u_n le nombre de carreau noir sur la n -ème bande (ici $u_1 = 1$, $u_2 = 5$ et $u_3 = 9$). La table que l'on désire carrelé est en réalité de taille 100×100 .

1. Démontrer que la suite u est arithmétique, préciser ses éléments caractéristiques (premier terme et raison).
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Déterminer le nombre de carreau noir qu'il est nécessaire d'acheter au total pour carrelé une table de taille 100×100 .