CORRECTION DE L'INTERROGATION N°7 — SUJET A

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application. Une réponse même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

<u>Exercice</u> 1. *6 points*

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$$

1. Etablir le tableau de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 6x + 5$.

   On cherche les racines du trinôme :

   $$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 5 = 16$$

   d'où

   $$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6-4}{2} = 1 \qquad \text{et} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6+4}{2} = 5$$

   Le sommet de la parabole représentant la fonction g a pour abscisse $(1+5)/2 = 3$ d'où :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

   La fonction f dès lors que $g(x) \geq 0 \iff x \in]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$

3. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur son ensemble de définition.

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$g(x)$				$\searrow$	-4	$\nearrow$			
$g(x)$			0				0		
$f(x)$		$\searrow$	0				0	$\nearrow$	

<u>Exercice</u> 2. *2 points*

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

   $$|2x+1| = 4 \iff 2x+1 = 4 \qquad \text{ou} \qquad 2x+1 = -4 \iff x = 1.5 \qquad \text{ou} \qquad x = -2.5$$

2. Déterminer l'ensemble des nombres réels x vérifiant :

   $$|x-5| < 4 \iff -4 < x - 5 < 4 \iff 1 < x < 9$$

<u>Exercice</u> 3. *2 points*

Soit a et b deux nombres réels avec $b > 0$ et f la fonction définie par :

$$f(x) = a + b\sqrt{x-1}$$

Etudier les variations de f sur son ensemble de définition.

f est le résultat de l'enchainement suivant :

$$x \longmapsto x - 1 \longmapsto \sqrt{x-1} \longmapsto b\sqrt{x-1} \longmapsto a + b\sqrt{x-1}$$

On peut donc établir les tableaux de variations successifs :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$x-1$			$\nearrow$		
$x-1$		$-$	0	$+$	
$\sqrt{x-1}$			$\|$	$\nearrow$	
$b\sqrt{x-1}$			$\|$	$\nearrow$	
$a+b\sqrt{x-1}$			$\|$	$\nearrow$	

CORRECTION DE L'INTERROGATION N°7 — SUJET B

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application. Une réponse même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 1. *6 points*

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{-x^2 - 4x + 5}$$

1. Etablir le tableau de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^2 - 4x + 5$.

   On détermine les racines de g, pour cela on détermine les racines de g.
   $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 16 + 20 = 36$, ainsi g admet deux racines qui sont :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4-6}{-2} = 1 \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4+6}{-2} = -5$$

2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

   f est définie lorsque $g(x) \geq 0 \iff x \in]-\infty; -5] \cup [1; +\infty[$.

3. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur son ensemble de définition.

   Du tableau de variation de g on déduit immédiatement celui de f :

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
$-x^2-4x+5$			↗		9		↘		
$-x^2-4x+5$		$-$	0		$+$		0	$-$	
$\sqrt{-x^2-4x+5}$			0	↗	3	↘	0		

Exercice 2. *2 points*

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$|4-3x| = 4 \iff 4-3x = 4 \quad \text{ou} \quad 4-3x = -4 \iff -3x = 0 \quad \text{ou} \quad -3x = -8 \iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{8}{3}$$

2. Déterminer l'ensemble des nombres réels x vérifiant :

$$|x+419| < 4 \iff -4 < x + 419 < 4 \iff -423 < x < 415$$

Exercice 3. *2 points*

Soit a et b deux nombres réels avec $b > 0$ et f la fonction définie par :

$$f(x) = a + b\sqrt{1-x}$$

Etudier les variations de f sur son ensemble de définition.

f est le résultat de l'enchainement suivant :

$$x \longmapsto 1-x \longmapsto \sqrt{1-x} \longmapsto b\sqrt{1-x} \longmapsto a + b\sqrt{1-x}$$

On peut donc établir les tableaux de variations successifs :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$1-x$			↘		
$1-x$		$+$	0	$-$	
$\sqrt{1-x}$		↘	$\Vert$		
$b\sqrt{1-x}$		↘	$\Vert$		
$a+b\sqrt{1-x}$		↘	$\Vert$		