Nom : .... **Prénom :** .... Classe : ......

CORRECTION DE L'INTERROGATION N°6 **SUJET A**

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application. Une réponse même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 1.

1. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :
On s'aidera d'un cercle trigonométrique (dont une représentation à côté de la résolution de chaque équation) pour résoudre chaque équation ; pour la dernière question on se contentera de placer approximativement $\frac{\pi}{8}$ sur le cercle trigonométrique.

   (a) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\mathscr{S} = \left\{-\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

   (b) $\sin x = \frac{1}{2}$

$$\mathscr{S} = \left\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi ; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

   (c) $\cos x = \cos\frac{\pi}{8}$

$$\mathscr{S} = \left\{\frac{\pi}{8} + 2k\pi ; \frac{7\pi}{8} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

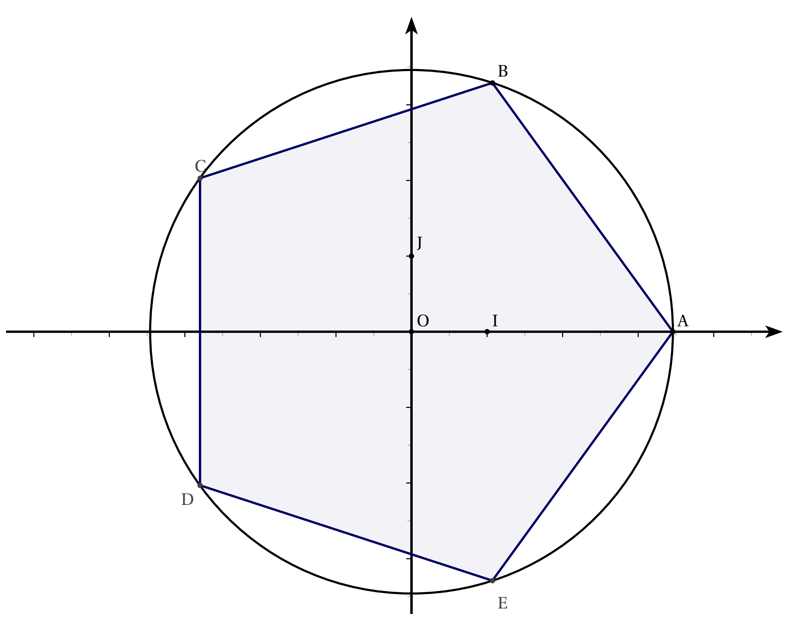
2. Donner les solutions dans $]-\pi;\pi]$ des équations précédentes.
Dans l'ordre :

$$\mathscr{S} = \left\{-\frac{\pi}{4} ; -\frac{3\pi}{4}\right\}$$

$$\mathscr{S} = \left\{\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}\right\}$$

$$\mathscr{S} = \left\{\frac{\pi}{8} ; \frac{7\pi}{8}\right\}$$

Exercice 2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J), on considère le pettagone régulier direct ABCDEFGHKL où A est un point de la demi-droite $[OI)$. (*Un pentagone régulier est un polygone qui a dix côtés de même longueur et ses dix angles égaux.*)



1. Déterminer une mesure positive en radian de chacun des angles orientés suivants :

(a) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$

$$\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)=\frac{2\pi}{5}$$

puisque la somme des 5 angles (au centre) égaux d'un pentagone régulier vaut 2π.

(b) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)$

$$\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)=\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)+\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)=\frac{2\pi}{5}+\frac{2\pi}{5}=\frac{4\pi}{5}$$

(c) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}\right)$

$$\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}\right)=\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)+\left(\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OE}\right)=\frac{4\pi}{5}+\frac{4\pi}{5}=\frac{8\pi}{5}$$

2. Déterminer une mesure négative en radian de chacun des angles orientés suivants :

(a) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}\right)=-\frac{4\pi}{5}$

(b) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}\right)=-\frac{2\pi}{5}$

(c) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)=-\frac{6\pi}{5}$

3. (a) Quelle est la nature du triangle OED ? En déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DO};\overrightarrow{DE}\right)$.

Le triangle OED est isocèle puisque deux de ses côtés sont des rayons du cercle. La somme des angles d'un triangle vaut π et l'angle $\left(\overrightarrow{OD};\overrightarrow{OE}\right)=\frac{2\pi}{5}$, par conséquent :

$$\left(\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DO}\right)=\frac{\pi-\frac{2\pi}{5}}{2}=\frac{\frac{3\pi}{5}}{2}=\frac{3\pi}{10}$$

d'où :

$$\left(\overrightarrow{DO};\overrightarrow{DE}\right)=-\frac{3\pi}{10}$$

(b) Déterminer une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AE}\right)$.

$$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AE}\right)=\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AO}\right)+\left(\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AE}\right)=-\frac{3\pi}{10}-\frac{3\pi}{10}=-\frac{6\pi}{10}=-\frac{3\pi}{5}$$

Nom : .... **Prénom :** .... Classe : ......

CORRECTION DE L'INTERROGATION N°6 **SUJET B**

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application. Une réponse même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 1.

1. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :
On s'aidera d'un cercle trigonométrique pour résoudre chaque équation ; pour la dernière question on se contentera de placer approximativement $\frac{\pi}{5}$ *sur le cercle trigonométrique.*

(a) $\cos x = -\frac{1}{2}$

$$\mathscr{S} = \left\{-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi ; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

(b) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\mathscr{S} = \left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

(c) $\sin x = \sin\frac{\pi}{5}$

$$\mathscr{S} = \left\{\frac{\pi}{5} + 2k\pi ; \frac{4\pi}{5} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

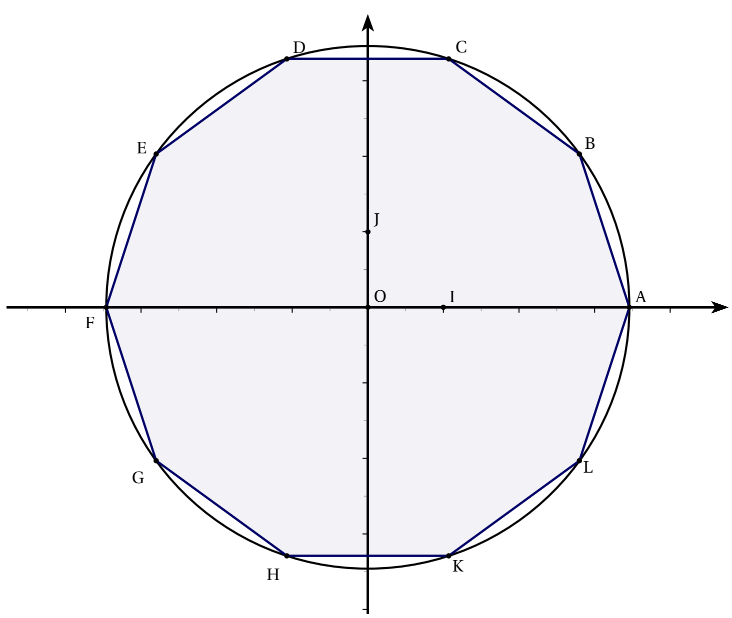
2. Donner les solutions dans $]-\pi;\pi]$ des équations précédentes.
Dans l'ordre :

$$\mathscr{S} = \left\{-\frac{2\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3}\right\}$$

$$\mathscr{S} = \left\{\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4}\right\}$$

$$\mathscr{S} = \left\{\frac{\pi}{5} ; \frac{4\pi}{5}\right\}$$

Exercice 2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J), on considère le décagone régulier direct ABCDEFGHKL où A est un point de la demi-droite [OI). (*Un décagone régulier est un polygone qui a dix côtés de même longueur et ses dix angles égaux.*)



1. Déterminer une mesure positive en radian de chacun des angles orientés suivants :

(a) puisque les dix angles (au centre) sont égaux il suit immédiatement que $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right) = \dfrac{2\pi}{10} = \dfrac{\pi}{5}$

(b) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}\right) = \dfrac{4\pi}{5}$

(c) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OH}\right) = \dfrac{7\pi}{5}$

2. Déterminer une mesure négative en radian de chacun des angles orientés suivants :

(a) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}\right) = -\dfrac{7\pi}{5}$

(b) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OK}\right) = -\dfrac{2\pi}{5}$

(c) $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right) = -\dfrac{8\pi}{5}$

3. (a) Quelle est la nature du triangle OEF ? En déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{FO};\overrightarrow{FE}\right)$.

Le triangle OEF est isocèle puisque deux de ses côtés sont des rayons du cercle. La somme des angles d'un triangle vaut π et l'angle $\left(\overrightarrow{FO};\overrightarrow{FE}\right) = \dfrac{\pi - \frac{\pi}{5}}{2} = \dfrac{4\pi}{10} = \dfrac{4\pi}{5}$

(b) Quelle est la nature du triangle AEF ? En déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AF}\right)$.

Le triangle AEF est rectangle puisqu'il est inscrit dans un cercle dont l'un des côtés est un diamètre. Ainsi :

$$\left(\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AF}\right) = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5} = \frac{3\pi}{10}$$