Nom : .... **Prénom :** .... Classe : ......

CORRECTION DE L'INTERROGATION N°3 **SUJET A**

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application. Une réponse même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 1. (4 points)

On considère le programme suivant :

Programme f	
Etape 1	choisir un nombre
Etape 2	Ajouter 7
Etape 3	Multiplier par 3

1. Si on choisit $0,5$ comme nombre de départ, combien-t-on à l'arrivée ?
   En choisissant $0,5$, on obtient $22,5$ car $0,5+7=7,5$ puis $7,5\times 3=22,5$
2. Si on obtient après avoir appliquer le programme 0, quel était le nombre de départ ?
   Il s'agit d'appliquer le programme à l'envers : $0\div 3=0$ puis $0-7=-7$. Le nombre de départ était donc -7.
3. Exprimer en fonction de x (le nombre de départ) le nombre $f(x)$ (qui est celui d'arrivée), puis vérifier à l'aide de votre formule les résultats des deux premières questions.

$$f(x)=(x+7)\times 3=3x+21$$

Pour la première question, il s'agit de déterminer l'image de $0,5$:

$$f(0,5)=3\times 0,5+21=22,5$$

Pour la deuxième question, il s'agit de déterminer l'ensemble des antécédents de 0 :

$$3x+21=0 \Longleftrightarrow 3x=-21 \Longleftrightarrow x=-7$$

Exercice 2. (2 points)

On considère la fonction g définie pour tout nombre réel x par $g(x)=4(x-1)^2+2$.
Décrire la fonction g à l'aide d'un « programme de calcul » (tel celui présenté dans l'exerice précédent).

Programme g	
Etape 1	choisir un nombre
Etape 2	Retrancher 1
Etape 3	Elever au carré
Etape 4	Multiplier par 4
Etape 3	Ajouter 2

Exercice 3. (4 points)

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x par :

$$f(x)=x^2+2x+3$$

1. Calculer l'image de 0.5 par f.
   $f(0,5)=0,5^2+2\times 0.5+3=0.25+4=4.25$
   L'image de $0,5$ est 4.25.
2. Calculer l'image de $\sqrt{2}$ par f.
   $f(\sqrt{2})=\sqrt{2}^2+2\sqrt{2}+3=2+2\sqrt{2}+3=5+2\sqrt{2}$
   L'image de $\sqrt{2}$ est $5+2\sqrt{2}$.
3. Vérifier que 1 est un antécédent de 6 par f.
   On calcule l'image de 1 :
   $f(1)=1^2+2\times 1+3=6$, ainsi 1 est bien un antécédent de 6 par f.

4. Déterminer les antécédents éventuels de 3 par f.

On cherche x tel que $f(x) = 3 \Longleftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 3 \Longleftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Longleftrightarrow x(x+2) = 0$

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul, d'où :

$$x = 0 \qquad \text{ou} \qquad x + 2 = 0$$

ce qui équivaut à :

$$x = 0 \qquad \text{ou} \qquad x = -2$$

3 admet deux antécédents qui sont -2 et 0.

Correction de l'interrogation n°3 — Sujet B

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application. Une réponse même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 1. (4 points)

On considère le programme suivant :

Programme f	
Etape 1	choisir un nombre
Etape 2	Diviser par 2
Etape 3	Retrancher 3

1. Si on choisit 0,5 comme nombre de départ, combien-t-on à l'arrivée ?

   En choisissant $0,5$, on obtient -2.75 car $0,5 \div 2 = 0,25$ puis $0,255 - 3 = -2,75$

2. Si on obtient après avoir appliquer le programme 0, quel était le nombre de départ ?

   Il s'agit d'appliquer le programme à l'envers : $0 + 3 = 3$ puis $3 \times 2 = 6$. Le nombre de départ était donc 6.

3. Exprimer en fonction de x (le nombre de départ) le nombre $f(x)$ (qui est celui d'arrivée), puis vérifier à l'aide de votre formule les résultats des deux premières questions.

$$f(x) = x \div 2 - 3 = \frac{x}{2} - 3$$

Pour la première question, il s'agit de déterminer l'image de $0,5$:

$$f(0,5) = \frac{0.5}{2} - 3 = -2.75$$

Pour la deuxième question, il s'agit de déterminer l'ensemble des antécédents de 0 :

$$\frac{x}{2} - 3 = 0 \Longleftrightarrow \frac{x}{2} = 3 \Longleftrightarrow x = 6$$

Exercice 2. (2 points)

On considère la fonction g définie pour tout nombre réel x par $g(x) = 2(x+3)^2 + 5$.

Décrire la fonction g à l'aide d'un « programme de calcul » (tel celui présenté dans l'exerice précédent).

Programme g	
Etape 1	choisir un nombre
Etape 2	Ajouter 3
Etape 3	Elever au carré
Etape 4	Multiplier par 2
Etape 3	Ajouter 5

Exercice 3. (4 points)

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x par $f(x) = x^2 + 7x + 11$

1. Calculer l'image de 0.5 par f.
   $f(0,5) = 0,5^2 + 7 \times 0.5 + 11 = 0.25 + 3.5 + 11 = 14.75$
   L'image de $0,5$ est 14.75.
2. Calculer l'image de $\sqrt{2}$ par f.
   $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}^2 + 7\sqrt{2} + 11 = 2 + 7\sqrt{2} + 11 = 13 + 7\sqrt{2}$
   L'image de $\sqrt{2}$ est $13 + 7\sqrt{2}$.
3. Vérifier que 1 est un antécédent de 19 par f.
   On calcule l'image de 1 :
   $f(1) = 1^2 + 7 \times 1 + 11 = 19$, ainsi 1 est bien un antécédent de 19 par f.
4. Déterminer les antécédents éventuels de 11 par f.
   On cherche x tel que $f(x) = 11 \iff x^2 + 7x + 11 = 11 \iff x^2 + 7x = 0 \iff x(x+7) = 0$
   Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul, d'où :

   $$x = 0 \qquad \text{ou} \qquad x + 7 = 0$$

   ce qui équivaut à :

   $$x = 0 \qquad \text{ou} \qquad x = -7$$

   3 admet deux antécédents qui sont -7 et 0.