

**On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.
Une réponse même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.**

Exercice 1.

(6 points)

On considère une suite arithmétique de raison 7 et de premier terme $u_0 = 0$

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

La suite u est arithmétique de raison 7, par conséquent $u_{n+1} = u_n + 7$.

2. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .

$$u_1 = u_0 + 7 = 7, u_2 = u_1 + 7 = 7 + 7 = 14 \text{ et } u_3 = 14 + 7 = 21.$$

3. Exprimer u_n en fonction de n .

Puisque la suite u est arithmétique, on a :

$$u_n = u_0 + nr \iff u_n = 0 + 7n = 7n$$

4. En déduire u_{100} .

$$u_{100} = 7 \times 100 = 700$$

5. Calculer la somme suivante :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$$

Puisque la suite est arithmétique on a :

$$S = \frac{101(u_0 + u_{100})}{2} = \frac{101 \times 700}{2} = 101 \times 350 = 35000 + 350 = 35350$$

6. Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n tel que $u_n > 10000$

On cherche le plus petit entier naturel n tel que $u_n > 10000$ c'est-à-dire tel que $7n > 10000 \iff n > \frac{10000}{7}$

Ainsi le plus petit entier naturel solution est $n = 1429$.

Exercice 2.

(2 points)

Calculer la somme suivante :

$$S = 6 + 12 + \dots + 2010 + 2016$$

Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 6$ et de raison 6, alors $u_n = 6 + 6n$.

De plus on a $u_n = 2016 \iff 6 + 6n = 2016 \iff 6n = 2010 \iff n = \frac{2010}{6} = 335$

Par conséquent on cherche à calculer les 336 premiers terme d'une suite arithmétique de premier terme 6 et de dernier terme 2016, d'où :

$$S = \frac{336 \times (6 + 2016)}{2} = 336 \times 1011 = 336000 + 11 \times 336 = 336000 + 3360 + 336 = 36696$$

Exercice 3.

(2 points)

On considère une suite arithmétique et on connaît $u_{100} = 50$ puis $u_{150} = 25$

1. Déterminer la raison de la suite u .

On sait que $u_n = u_p + (n - p)r$, par conséquent $u_{150} = u_{100} + 50r \iff 25 = 50 + 50r \iff -25 = 50r \iff r = -0.5$

2. Déterminer le terme de rang 0 (c'est-à-dire u_0) de la suite u .

Nous savons que $u_n = u_0 + nr$, par conséquent $u_{100} = u_0 - 0.5 \times 100 \iff 50 = u_0 - 50 \iff 100 = u_0$

**On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.
Une réponse même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.**

Exercice 1.

(6 points)

On considère une suite arithmétique de raison -7 et de premier terme $u_0 = 0$

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

$$u_{n+1} = u_n - 7$$

2. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .

$$u_1 = u_0 - 7 = -7 \text{ puis } u_2 = -7 - 7 = -14 \text{ et enfin } u_3 = -14 - 7 = -21.$$

3. Exprimer u_n en fonction de n .

$$u_n = u_0 + nr \iff u_n = -7n$$

4. En déduire u_{100} .

$$u_{100} = -7 \times 100 = -700$$

5. Calculer la somme suivante :

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$$

$$S = \frac{101 \times (0 - 700)}{2} = -35350$$

6. Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n tel que $u_n < -10000$

$$u_n < -10000 \iff -7n < -10000 \iff 7n > 10000 \iff n > \frac{10000}{7} \approx 1428,57$$

Ainsi le plus petit entier n qui convient est 1429.

Exercice 2.

(2 points)

Calculer la somme suivante :

$$S = 8 + 13 + 18 + \dots + 1998 + 2003$$

On introduit la suite arithmétique v de premier terme $v_0 = 8$, de dernier terme 2003 et de raison 5.

On a dans ce cas, $u_n = 8 + 5n$ et donc $u_n = 2003 \iff 8 + 5n = 2003 \iff 5n = 1995 \iff n = 399$

Ainsi la somme S comporte 400 termes, nous obtenons alors :

$$S = \frac{400(8 + 2003)}{2}$$

Exercice 3.

(2 points)

On considère une suite arithmétique et on connaît $u_3 = 10$ puis $u_9 = 19$

1. Déterminer la raison de la suite u .

$$\text{On sait que } u_n = u_p + (n - p)r \implies u_9 = u_3 + 6r \implies 19 - 10 = 6r \implies 9 = 6r \implies r = 1,5$$

2. Déterminer le terme de rang 0 (c'est-à-dire u_0) de la suite u .

$$u_3 = u_0 + 3r \implies 10 = u_0 + 3 \times 1,5 \implies u_0 = 10 - 4,5 = 5,5$$