

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^2 e^{-x} - 1$$

- Déterminer les limites de f en $\pm\infty$.
- Calculer $f'(x)$ puis étudier les variations de f .
- Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ en justifiant soigneusement.

Exercice 2. On considère l'équation (E) :

$$(E) : z^3 + 64 = 0$$

- Déterminer les réels a et b tels que :

$$z^3 + 64 = (z + 4)(z^2 + az + b)$$

- Déterminer les solutions de l'équation (E).
- Dans le plan complexe, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -4$, $z_B = 2 + 2i\sqrt{3}$ et $z_C = \overline{z_B}$.
 - Déterminer le module et un argument de chacun des trois nombres complexes.
 - Déterminer la forme exponentielle de chacun des trois nombres complexes.
 - Déterminer la forme exponentielle du produit $z_A \times z_B \times z_C$
 - En déduire la forme algébrique du produit.

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. On considère l'équation (E) :

$$(E) : z^3 + 27 = 0$$

- Déterminer les réels a et b tels que :

$$z^3 + 27 = (z + 3)(z^2 + az + b)$$

- Déterminer les solutions de l'équation (E).
- Dans le plan complexe, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -3$, $z_B = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ et $z_C = \overline{z_B}$.
 - Déterminer le module et un argument de chacun des trois nombres complexes.
 - Déterminer la forme exponentielle de chacun des trois nombres complexes.
 - Déterminer la forme exponentielle du produit $z_A \times z_B \times z_C$
 - En déduire la forme algébrique du produit.

Exercice 2. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x e^{-x} - 1$$

- Déterminer les limites de f en $\pm\infty$.
- Calculer $f'(x)$ puis étudier les variations de f .
- Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ en justifiant soigneusement.