

~ DEVOIR SURVEILLÉ 2 ~ LES SUITES

Exercice 1. 7 points On souhaite calculer la somme S_1 des multiples de 3 compris entre 1000 et 2000 puis la somme S_2 des puissances de 3 compris entre 1000 et 1000000.

PARTIE A.

calcul de S_1

- On considère la suite (u_n) des multiples de 3 commençant par $u_0 = 1002$.
Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
- Quel est le plus grand multiple de 3 inférieur ou égal à 2000 ?
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Combien de terme comporte la somme à calculer ?
- Calculer S_1 .

PARTIE B.

calcul de S_2

- On considère la suite (u_n) des puissances de 3 commençant par $u_0 = 2187$.
Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
- Quelle est la plus grand puissance de 3 inférieur ou égal à 1000000 ?
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Combien de terme comporte la somme à calculer ?
- Calculer S_2 .

Exercice 2.

(9 points)

En mars 2015, Max achète une plante verte mesurant 80 cm. On lui conseille de la tailler tous les ans, au mois de mars, en coupant un quart de sa hauteur. Dès qu'il rentre chez lui, Max taille sa plante. La plante poussera alors de 30 cm au cours des douze mois suivants.

- Quelle sera la hauteur de la plante en mars 2016 avant que Max ne la taille ?
- Pour tout entier naturel n , on note h_n la hauteur de la plante, avant sa taille, en mars de l'année $(2015 + n)$.
 - Justifier que, pour tout entier naturel n , $h_{n+1} = 0,75h_n + 30$.
 - Quel terme de la suite doit-on calculer pour connaître la hauteur de la plante en mars 2020 ?
 - Le calculer à l'aide de la formule qui précède.
 - On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = h_n - 120$$

- Calculer v_0 , v_1 puis v_2 .
- Démontrer que, pour tout entier naturel n on a :

$$v_{n+1} = 0,75v_n$$

- En déduire la nature de la suite (v_n) .
- Exprimer v_n en fonction de n .
- Quelle sera la hauteur de la plante en mars 2100 ?

Exercice 3.

(4 points)

Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

- On sait que la somme des n premiers entiers vaut 762078456028.
Déterminer la valeur de n .
- Aujourd'hui c'est mon jour de chance, chaque personne que je rencontre me donne un peu d'argent : la première me donne un centime, la seconde deux centimes, la troisième trois centimes, et ainsi de suite, chaque personne me donne un centime de plus que la précédente.
Combien de personne dois-je rencontrer pour avoir au moins 100 euros à la fin de la journée ?