∽ Devoir surveillé 1 ∽
Second degré

Exercice 1. *6 points*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x^2 - 12x - 15$$

et on note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal.

1. (a) Déterminer les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
   (b) Déterminer l'abscisse du sommet S de la parabole $\mathscr{S}$. Préciser si sommet correspond à un maximum ou à un minimum puis calculer son ordonnée.
   (c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
2. (a) Dresser le tableau de signe de f sur $\mathbb{R}$.
   (b) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.
3. Donner la forme factorisée de $f(x)$, si c'est possible.

Exercice 2. *4 points*

1. Déterminer les racines du trinôme $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1$
2. En vous aidant d'un tableau de signe, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$\frac{x^2 - 2\sqrt{2}x + 1}{x^2 + 1} \geq 0$$

Exercice 3. *3 points*

On considère le polynôme $\mathrm{P}(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c désigne trois réels avec a et c sont tous deux non nuls.
Parmi les propositions suivantes, trouver celle qui est exacte et justifier votre choix.
Proposition 1 : Si a et c sont de même signe alors le polynôme P n'admet pas de racine.
Proposition 2 : Si a et c sont de signe contraire alors le polynôme P n'admet pas de racine.
Proposition 3 : Si a et c sont de signe contraire alors le polynôme P admet exactement deux racines.

Exercice 4. *4 points*

On considère un cube de coté x cm. On souhaite déterminer x de sorte que son volume soit égal à la somme de l'aire et du périmètre d'une de ses faces.

1. Démontrer que x est solution de l'équation (E) :

$$x^3 - x^2 - 4x = 0$$

2. Résoudre l'équation (E) puis conclure quant au problème posé.

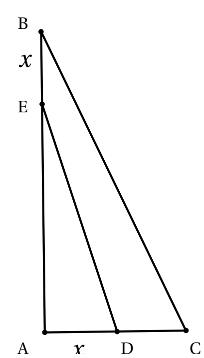
Exercice 5. *3 points*

Dans un triangle ABC rectangle en A, on place les points D et E respectivement sur [AC] et [AB] tels que AD = BE = x.

(Voir Figure ci-contre)

Déterminer x pour que l'aire du triangle ADE soit égale à la moitié de celle du triangle ABC.

Données : AB = 18 et AC = 8.



Exercice 6. **Bonus**

On se trouve au bord d'un gouffre très profond et pour évaluer la profondeur de celui-ci, on laisse tomber une pierre. On entend alors le bruit de l'impact de cette pierre 10 secondes après l'avoir lachée. Déterminer la profondeur du gouffre au mètre près sachant que la distance d (en mètres) parcourue par un corps en chute libre pendant un temps t (en secondes) sans vitesse initiale, est donnée par la relation $d = \frac{1}{2}gt^2$ où $g \simeq 9.8$ m.s^{-2} et la vitesse du son est de 340 m.s^{-1}