

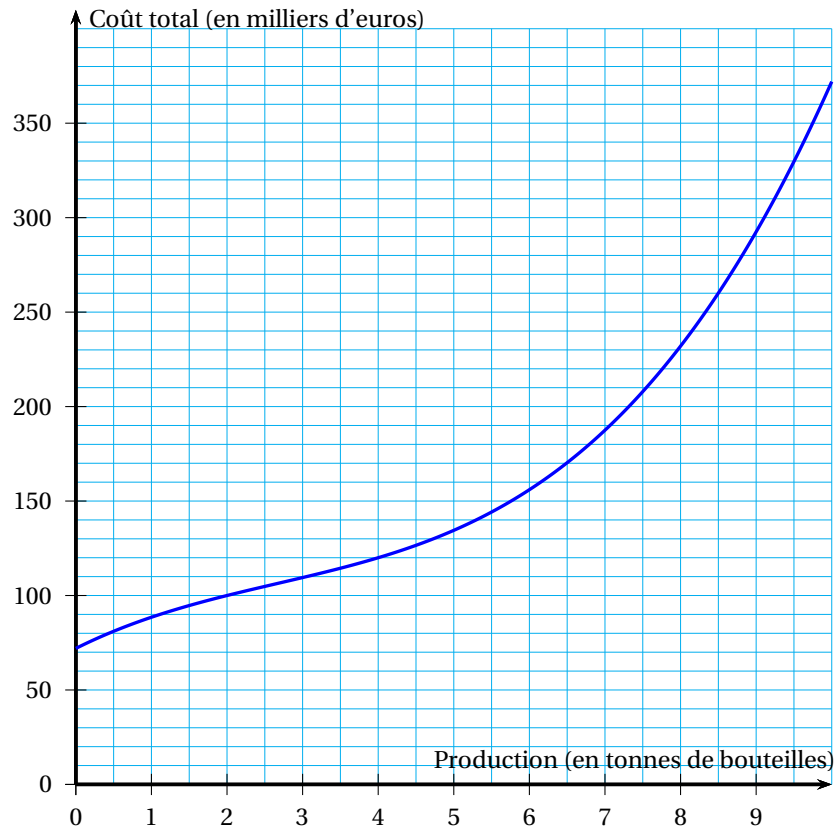
DÉRIVÉ DES FONCTIONS QUOTIENT DEVOIR MAISON

Exercice 1.

Une entreprise fabrique des bouteilles en verre. La production quotidienne, exprimée en tonnes, varie entre 0 et 10.

Pour l'entreprise, le coût correspondant à la fabrication de x tonnes de bouteilles, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par : $f(x) = 0,5x^3 - 4x^2 + 20x + 72$.

On a représenté ci-dessous la fonction f dans un repère orthogonal du plan.



Partie A

- Déterminer, par lecture graphique, le coût correspondant à la fabrication d'une tonne de bouteilles.
- Déterminer, par lecture graphique, la production de bouteilles correspondant à un coût de fabrication de 130 milliers d'euros.

Partie B

On appelle coût moyen la fonction C_M définie sur l'intervalle $]0; 10]$ par $C_M(x) = \frac{f(x)}{x}$.

- Calculer la dérivée de la fonction C_M , notée C'_M .
- Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0; 10]$, $C'_M(x)$ peut s'écrire $C'_M(x) = \frac{(x-6)(x^2+2x+12)}{x^2}$.
- Justifier que $C'_M(x)$ est du signe de $x-6$ pour x variant dans l'intervalle $]0; 10]$ et en déduire le tableau des variations de C_M .
- Déterminer la production de bouteilles correspondant à un coût moyen minimal.

Partie C

L'entreprise vend ses bouteilles de verre au prix de 40 milliers d'euros la tonne.

- On note B la fonction bénéfice, exprimée en milliers d'euros. Montrer que l'expression de $B(x)$ sur l'intervalle $[0; 10]$ est :

$$B(x) = -0,5x^3 + 4x^2 + 20x - 72.$$

- Calculer le bénéfice associé à une production de 6,5 tonnes.
- Que pensez-vous de l'affirmation « le bénéfice est maximal lorsque le coût moyen est minimal » ? Justifier la réponse.*