Exercice 1. Sur une route sèche et rectiligine, avec une voiture donnée, on a testé en fonction de la vitesse v la **distance de freinage** d (distance parcourue entre le moment où le freinage est amorcé et l'arrêt de la voiture).

les résultats obtenus sont les suivants :

v (km/h)	20	40	60	80	100	120
d (m)	3	11	24	45	70	101

Notation : Nous noterons f la fonction telle que $d = f(v)$.
Remarques : Les renseignements dont nous disposons sont de deux types :

— **ceux donnés par le tableau**, à savoir les valeurs de f pour certaines valeurs de v (on peut ajouter $f(0) = 0$, sans test supplémentaire.

— **ceux donnés par l'évidence physique**, à savoir que f est une fonction croissante (cette propriété n'est pas une fantaisie : si v augmente alors d augmente.

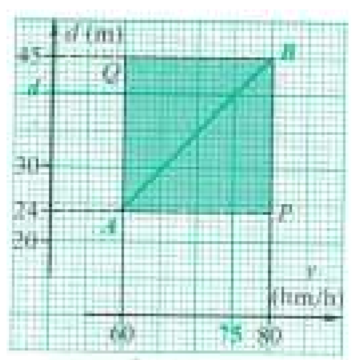
PARTIE A. **Approximation linéaire**

On souhaite estimer la distance de freinage pour une valeur de v ne figurant pas dans le tableau (par exemple pour $v = 75$).

On observe l'extrait de tableau suivant :

v (km/h)	60	80
d (m)	24	45

1. Sur une feuille de papier millimétré, placer les points A(60, 24) et B(80; 45) puis tracer le segment [AB].
   débrouillez vous pour choisir des unités sur les axes qui rendent lisible votre construction.
2. Utiliser votre droite pour lire l'image de 75 et proposer une estimation (linéaire) de la distance parcourue entre le moment où le freinage est amorcé et l'arrêt de la voiture pour un véhicule évoluant à 75 km/h.



L'image de 75 est environ 40. Il faut donc 40 mètres pour que la voiture s'arrête si elle commence son freinage à 75 km/h.

3. Déterminer la fonction affine g dont la représentation graphique passe par les points A(60, 24) et B(80; 45).
   g est une fonction affine, par conséquent, il existe deux nombres réels a et b tels que :

$$g(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} g(60) = 24 \\ g(80) = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24 = 60a + b \\ 45 = 80a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 24 - 60a \\ 45 = 80a + 24 - 60a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 24 - 60a \\ 45 - 24 = 20a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 24 - 60 \times \dfrac{21}{20} = 24 - 3 \times 21 = 24 - 63 = -3 \\ a = \dfrac{21}{20} \end{cases}$$

On conclut que

$$g(x) = \frac{21}{20}x - 39$$

4. En utilisant la fonction affine g, calculer l'image de 75 et proposer une estimation (linéaire) de la distance parcourue entre le moment où le freinage est amorcé et l'arrêt de la voiture pour un véhicule évoluant à 75 km/h.

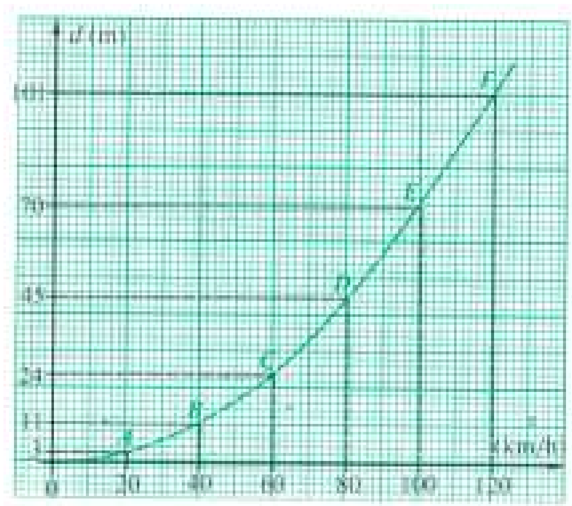
On calcule l'image de 75 :

$$g(75) = \frac{21}{20} \times 75 - 39 = 39.75$$

Il faut donc 39.75 mètres pour que la voiture s'arrête si elle commence son freinage à 75 km/h.

PARTIE B. vers une formule reliant la distance à la vitesse

1. Sur une feuille de papier millimétré, placer les points issus du tableau donné au début de l'exercice avec v en abscisse en choisissant 1 cm =20 km/h et en ordonnée d en choisissant 1 cm = 20 m. Relier le tout par une courbe la plus harmonieuse possible.



2. A quelle courbe, votre représentation graphique, vous fait-elle penser ?

Elle fait penser à un morceau de parabole.

3. Recopier et compléter le tableau suivant :

v (km/h)	20	40	60	80	100	120
d (m)	3	11	24	45	70	101
$\frac{d}{v^2}$	0.007	0.006	0.006	0.003	0.007	0.007

4. On peut donc écrire, avec une bonne approximation, que $d \simeq 0{,}007v^2$ et admettons donc que $f(v) = 0{,}007v^2$.

(a) Calculer l'image de 75 par la fonction f et proposer une estimation (non linéaire cette fois) de la distance parcourue entre le moment où le freinage est amorcé et l'arrêt de la voiture pour un véhicule évoluant à 75 km/h.

L'image de 75 vaut :

$$f(75) = 0.007 \times 75^2 \simeq 39.375$$

Il faut donc 39.375 mètres pour que la voiture s'arrête si elle commence son freinage à 75 km/h, en utilisant ce modèle.

(b) Comparer les deux estimations réalisées au cours de cet exercice et commenter.

Dans la partie on trouve qu'il faut 39.75 mètres pour que la voiture s'arrête, en utilisant un modèle affine puis dans la partie B on trouve qu'il faut à la voiture un poil moins 39.375 mètres pour qu'elle s'arrête en utilisant un modèle « parabolique ». Quoiqu'il en soit on trouve des résultats fort semblables. Cela dit compte tenu de la forme du nuage de point, il semble que le modèle parabolique soit plus astucieux que le modèle affine.