Nom : . . . . **Prénom :** . . . . Classe :. . . . . .

Interrogation n°9

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

<u>Exercice</u> 1. R.O.C (4 points)

1. Compléter :
   f est dérivable en a si et seulement si la limite de . . . . lorsque x tend vers a existe et est finie.
   On note alors dans ce cas là :
   $$f'(a) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
2. En utilisant la question précédente démontrer que
   $$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

<u>Exercice</u> 2. (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^x - x - 4$$

et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. Etudier les variations de la fonction f.
2. En remarquant que, pour tout réel non nul x :
   $$f(x) = x\left(\frac{e^x}{x} - 1 - \frac{4}{x}\right)$$
   déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. Démontrer que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $x + y + 4 = 0$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$ en $-\infty$ et préciser la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à $\mathscr{D}$

Nom : . . . . **Prénom :** . . . . Classe :. . . . . .

Interrogation n°9

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

<u>Exercice</u> 1. R.O.C (4 points)

1. Montrer que $e^x > x$, pour cela étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - x$.
2. En utilisant l'égalité précédent pour $X = \dfrac{x}{2}$ démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^{+*}$ on a
   $$\frac{e^x}{x} \geq \frac{x}{4}$$
3. En déduire la limite de $\dfrac{e^x}{x}$ lorsque x tend vers $+\infty$.

<u>Exercice</u> 2. (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-2\}$ par :

$$f(x) = e^{\frac{x-1}{x+2}}$$

et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. Déterminer le tableau des variations de la fonction f.
2. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. En déduire les asymptotes éventuelles.
3. Déterminer les limites de f en 2^+ et en 2^-. En déduire les asymptotes éventuelles.