

Interrogation n°4

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. R.O.C

(4 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = f(n)$, avec f définie sur l'intervalle $[a; +\infty[$, où $a \geq 0$

1. Si la fonction f est croissante (resp. strictement croissante) sur $[a; +\infty[$ montrer que la suite (u_n) est croissante (resp. strictement croissante).
2. Si la fonction f est décroissante (resp. strictement décroissante) sur $[a; +\infty[$ montrer que la suite (u_n) est décroissante (resp. strictement décroissante).

Exercice 2.

(4 points)

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \end{cases}$$

1. Démontrer, par récurrence, que

$$u_n = -4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + 6$$

2. Soit la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 6$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 - (a) Démontrer que (v_n) est géométrique.
 - (b) En déduire (v_n) en fonction de n .

Exercice 3.

(2 points)

Déterminer le sens de variation des suites suivantes :

1. $u_n = \frac{n^2}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}$

2. $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = \sqrt{v_n + 2}$ et $v_0 = -1$ ¹

1. On montrera par récurrence la propriété $\mathcal{P}(n) : v_{n+1} \geq v_n \geq -2$.

Interrogation n°4

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. R.O.C

(4 points)

On considère une suite arithmétique de raison r

1. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = u_0 + nr$
2. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout $p \in \mathbb{N}$, on a $u_n = u_p + (n - p)r$

Exercice 2.

(4 points)

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - 1 \end{cases}$$

1. Démontrer, par récurrence, que

$$u_n = 3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^n + 2$$

2. Soit la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 - (a) Démontrer que (v_n) est géométrique.
 - (b) En déduire (v_n) en fonction de n .

Exercice 3.

(2 points)

Déterminer le sens de variation des suites suivantes :

1. $u_n = \frac{3}{4n+2}, \forall n \in \mathbb{N}$

2. $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = \sqrt{v_n + 2}$ et $v_0 = 6^2$