Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°19

Proposition 1 :

R.O.C (4 points)

On considère l'espace muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ Montrer l'équation cartésienne d'un plan dont on connaît un vecteur normal $\vec{n}(a;b;c)$ et un point $A(x_0;y_0;z_0)$ est de la forme :

$$ax+by+cz+d=0$$

Exercice 1. (6 points)

1. L'espace E est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Les points A, B, C et D ont pour coordonnées respectives :

$$(-1\ ;\ 0\ ;\ 2),\quad (3\ ;\ 2\ ;\ -4),\quad (1\ ;\ -4\ ;\ 2),\quad (5\ ;\ -2\ ;\ 4).$$

   On considère les points I, J et K définis par : I est le milieu du segment [AB], K est le milieu de [CD] et $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.
   (a) Déterminer les coordonnées des points I, J et K.
   (b) Montrer que les points I, J et K ne sont pas alignés.
   (c) Justifier qu'une équation cartésienne du plan (IJK) est : $8x+9y+5z-12=0$.
2. Plus généralement, dans l'espace E, on considère un tétraèdre ABCD ainsi que les points I, J, K et L définis par I est le milieu du segment [AB], K est le milieu du segment [CD].

$$\overrightarrow{AL}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}\qquad \text{et}\qquad \overrightarrow{BJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$$

   Soit G le barycentre de $\{(A,3),(B,3),(C,1),D,1)\}$.
   (a) Déterminer les barycentres de $\{(A,3),(D,1)\}$ et le barycentre de $\{(B,3),(C,1)\}$.
   (b) En associant les points A, B, C et D de deux façons différentes, montrer que G appartient aux droites (IK) et (JL). En déduire que les points I, J, K et L sont coplanaires.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°19

Proposition 2 :

Si X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda>0$, on rappelle que pour tout $t\geqslant 0$, $P(X\leqslant t)=\int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\,dx$.

La fonction R définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $R(t)=P(X>t)$ est appelée fonction de fiabilité.

1. Démontrer que pour tout $t\geqslant 0$ on a $R(t)=e^{-\lambda t}$.
2. Démontrer que la variable X suit une loi de durée de vie sans vieillissement, c'est-à-dire que pour tout réel $s\geqslant 0$, la probabilité conditionnelle $P_{X>t}(X>t+s)$ ne dépend pas du nombre $t\geqslant 0$.

Exercice 1. (6 points)

L'espace E est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points A, B et C de coordonnées respectives $(1\,;0\,;2)$, $(1\,;1\,;4)$ et $(-1\ ;\ 1\ ;\ 1)$.

Soit t un réel positif quelconque. On considère le barycentre G des points A, B et C affectés des coefficients respectifs 1, 2 et t.

1. Justifier l'existence du point G pour tout réel positif t.
2. Soit I le barycentre des points A et B affectés des coefficients respectifs 1 et 2.
   Déterminer les coordonnées du point I.
3. Démontrer que G est un point de la droite (IC).
4. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IG}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{IC}$.
5. Montrer que l'ensemble des points G lorsque t décrit l'ensemble des nombres réels positifs ou nuls est le segment [IC] privé du point C.
6. Pour quelle valeur de t, le milieu J du segment [IC] coïncide-t-il avec G ?