Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°18

Métropole septembre 2005

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

1. On considère le plan $\mathscr{P}$ passant par le point $B(1~;~-2~;~1)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{n}\,(-2~;~1~;~5)$ et le plan $\mathscr{R}$ d'équation cartésienne
$x+2y-7=0$.
   (a) Démontrer que les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ sont perpendiculaires.
   (b) Démontrer que l'intersection des plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ est la droite Δ passant par le point $C(-1~;~4~;~-1)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\,(2~;~-1~;~1)$.
   (c) Soit le point $A(5~;~-2~;~-1)$. Calculer la distance du point A au plan $\mathscr{P}$, puis la distance du point A au plan $\mathscr{R}$.
   (d) Déterminer la distance du point A à la droite Δ.
2. (a) Soit, pour tout nombre réel t, le point M_t de coordonnées $(1+2t~;~3-t~;~t)$. Déterminer en fonction de t la longueur AM. On note $\varphi(t)$ cette longueur. On définit ainsi une fonction φ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
   (b) Etudier le sens de variations de la fonction φ sur $\mathbb{R}$; préciser son minimum.
   (c) Interpréter géométriquement la valeur de ce minimum.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°18

Antilles-Guyanne Septembre 2009

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On considère les points $A(1~;~-1~;~4)$, $B(7~;~-1~;~-2)$ et $C(1~;~5~;~-2)$.

1. (a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
   (b) Montrer que le triangle ABC est équilatéral.
   (c) Montrer que le vecteur $\overrightarrow{n}\,(1~;~1~;~1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).
   (d) En déduire que $x+y+z-4=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).
2. Soit $\mathscr{D}$ la droite de représentation paramétrique

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -2t \\ y &=& -2t-2 \\ z &=& -2t-3 \end{array}\right. \quad \text{où} \quad t\in\mathbb{R}.$$

   (a) Montrer que la droite $\mathscr{D}$ est perpendiculaire au plan (ABC).
   (b) Montrer que les coordonnées du point G, intersection de la droite $\mathscr{D}$ et du plan (ABC) sont $(3~;1~;0)$.
   (c) Montrer que G est l'isobarycentre des points A, B et C.
3. Soit $\mathscr{S}$ la sphère de centre G passant par A.
   (a) Donner une équation cartésienne de la sphère $\mathscr{S}$.
   (b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection E et F, de la droite $\mathscr{D}$ et de la sphère $\mathscr{S}$.