Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°16

Exercice 1. R.O.C (4 points)

Prérequis : On rappelle que deux événements A et B sont indépendants pour la probabilité p si et seulement si :

$$p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{B})$$

Soient A et B deux événements associés à une expérience aléatoire

1. Démontrer que $p(\mathrm{B}) = p(\mathrm{B} \cap \mathrm{A}) + p\left(\mathrm{B} \cap \overline{\mathrm{A}}\right)$.
2. Démontrer que, si les événements A et B sont indépendants pour la probabilité p, alors les événements $\overline{\mathrm{A}}$ et B le sont également.

Exercice 2. *Efficacité d'un vaccin* (6 points)

Dans un lycée de 1000 élèves, 250 se sont fait vacciner contre la grippe au début de l'année scolaire 2009 – 2010. Une épidémie de grippe a affecté la population scolaire au cours de l'hivers, et 10% des élèves ont contracté la maladie. Enfin, 4% des élèves vaccinés ont eu la grippe.
On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis.
On note M : « l'élève choisit a contracté la maladie ».
V : « l'élève choisit a été vacciné ».

Toutes les réponses seront données sous forme de fractions irréductibles. On pourra s'aider d'un arbre de probabilité.

1. A l'aide de l'énoncé, donner $\mathrm{P(V)}$, $\mathrm{P(M)}$ et $\mathrm{P_V(M)}$.
2. Calculer $\mathrm{P(M \cap V)}$, puis $\mathrm{P(M \cap \overline{V})}$.
3. En déduire $\mathrm{P_{\overline{V}}(M)}$. Expliquer pourquoi ce vaccin a été efficace pour les élèves du lycée, bien qu'il ne les ait pas immunisés parfaitement.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°16

Exercice 1. R.O.C (4 points)

On rappelle que si n et p sont deux nombres entiers naturels tels que $p \leqslant n$ alors $\dbinom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$.

Démontrer que pour tout nombre entier naturel n et pour tout nombre entier naturel p tels que $1 \leqslant p \leqslant n$ on a :

$$\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}$$

Exercice 2. (6 points)

*Pour chacune des questions suivantes, **une ou deux des réponses** proposées sont correctes. Deux points sont attribués à chacune des questions. Toute réponse inexacte est pénalisée de 0,5 point. Il n'y a pas de pénalité en cas d'absence de réponse. Aucune justification n'est attendue. Si le total des points obtenus est négatif, le note attribuée à l'exercice est 0.*

Recopier le numéro de la question et la ou les réponses correctes (deux au maximum).

1. On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. La probabilité de n'obtenir ni un as, ni un pique, est égale à :

   A : $\dfrac{5}{8}$ **B :** $\dfrac{21}{32}$ **C :** $\dfrac{11}{32}$ **D :** $\dfrac{3}{8}$

2. On tire au hasard et simultanément deux cartes d'un jeu de 32 cartes. La probabilité de n'obtenir ni un as, ni un pique, est égale à :

   A : $\dfrac{105}{248}$ **B :** $\dfrac{\binom{21}{2}}{\binom{32}{2}}$ **C :** $\dfrac{21^2}{32^2}$ **D :** $\dfrac{5^2}{8^2}$

3. On désigne par A et B deux événements indépendants d'un univers muni d'une loi de probabilité p. On sait que $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \dfrac{4}{5}$ et $p\left(\overline{\mathrm{A}}\right) = \dfrac{3}{5}$. La probabilité de l'événement B est égale à :

   A : $\dfrac{2}{5}$ **B :** $\dfrac{2}{3}$ **C :** $\dfrac{3}{5}$ **D :** $\dfrac{1}{2}$