Nom : . . . . **Prénom :** . . . . Classe :. . . . . .

Interrogation n°12

Exercice 1. R.O.C (4 points)

Prérequis : On rappelle que pour tout $a > 0$ et pour tout $b > 0$ on a :

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b).$$

Utiliser le résultat précédent pour démontrer que

$$\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b) \qquad \text{et que} \qquad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

Exercice 2. (6 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x\ln x - 1$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f, que l'on notera D_f
2. Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
3. Peut-on déduire de la question précédente d'éventuelles asymptotes pour $\mathscr{C}_f$; si oui dire lesquelles.
4. Calculer $f'(x)$, puis dresser le tableau des variations de f sur D_f.
5. Déterminer l'équation de la tangente Δ au point A d'abscisse 2.
6. Représenter graphiquement $\mathscr{C}_f$ et Δ dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Nom : . . . . **Prénom :** . . . . Classe :. . . . . .

Interrogation n°12

Exercice 1. R.O.C (4 points)

Prérequis : on rappelle que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$.

1. Démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$.

   On pourra effectuer un changement de variable en posant $X = e^x$

2. En déduire que pour tout entier naturel n non nul : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^n} = 0$.

Exercice 2. (6 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x} - 1$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f, que l'on notera D_f
2. Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
3. Peut-on déduire de la question précédente d'éventuelles asymptotes pour $\mathscr{C}_f$; si oui dire lesquelles.
4. Calculer $f'(x)$, puis dresser le tableau des variations de f sur D_f.
5. Déterminer l'équation de la tangente Δ au point A d'abscisse 2.
6. Représenter graphiquement $\mathscr{C}_f$ et Δ dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.