**Nom :** . . . . . . . . . . . . . . **Prénom :** . . . . . . . . . . . . . . Classe :. . . . . .

## INTERROGATION N°10

***On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.***

**Exercice 1. R.O.C** (4 points)

On suppose connu le résultat suivant :
La fonction $x \mapsto e^x$ est l'unique fonction $\varphi$ dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $\varphi' = \varphi$, et $\varphi(0) = 1$.
Soit $a$ un réel donné.

1. Montrer que la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{ax}$ est solution de l'équation $y' = ay$.
2. Soit $g$ une solution de l'équation $y' = ay$. Soit $h$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = g(x)e^{-ax}$. Montrer que $h$ est une fonction constante. (On montrera $h' = 0$)
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $y' = ay$.

**Exercice 2.** (6 points)

On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^{-x^2}$$

1. Etudier la parité de $g$.
2. Calculer $g'(x)$, puis étudier le signe de $g'$.
3. En déduire le tableau de variation de $g$.
4. Calculer les limites de $g$ en $+\infty$ puis en $-\infty$.
5. Déterminer les éventuels extremum de $g$.
6. Calculer $g''(x)$, puis résoudre $g''(x) = 0$

**Nom :** . . . . . . . . . . . . . . **Prénom :** . . . . . . . . . . . . . . Classe :. . . . . .

## INTERROGATION N°10

***On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.***

**Exercice 1. R.O.C** (4 points)

L'objet de cette question est de démontrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$.
On suppose connu le résultat suivant :

$$\forall x \in \mathbb{R}^{+*} \qquad e^x \geq x$$

1. On considère la fonction $g$ définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = e^x - \dfrac{x^2}{2}$.
   Montrer que pour tout $x$ de $]0\ ;\ +\infty[$, $g(x) \geqslant 0$. (On étudiera la fonction $g$ pour cela).
2. En déduire que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

**Exercice 2.** (6 points)

1. On note
$$(E_1) \begin{cases} z(0) = 100 \\ z' = -0,5z + 0,05 \end{cases}$$
   (a) Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentiel $z' = -0,5z + 0,05$.
   (b) En déduire l'unique solution de l'équation différentielle $(E_1)$.
2. On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = 99,9e^{-0,5x} + \frac{1}{10}$$
   (a) Calculer $f'(x)$, puis en déduire les variations de la fonction $f$.
   (b) Calculer les limites de $f$ en $+\infty$, puis en $-\infty$.
   (c) En déduire d'éventuelles asymptotes.
   (d) Donner l'équation de la tangente de $f$ au point d'abscisse 0