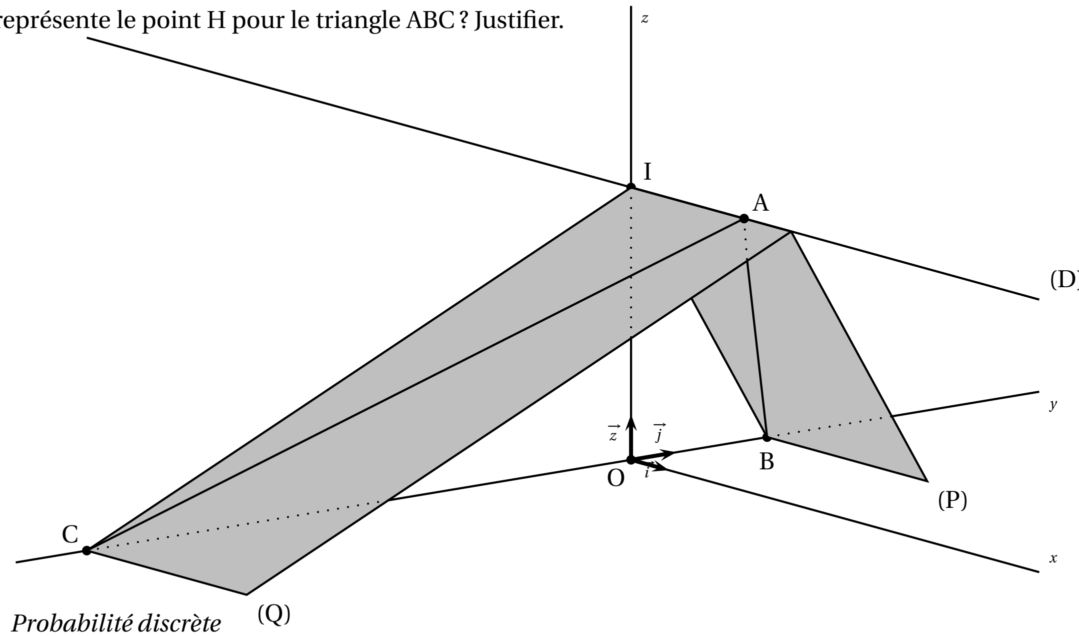
# DM 17 : Probabilité discrète et produit scalaire

**Exercice 1.** *Produit Scalaire* (5 points)

L'espace est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(3\ ;\ 0\ ;\ 6)$ et $I(0\ ;\ 0\ ;\ 6)$, et l'on appelle (D) la droite passant par A et I. On appelle (P) le plan d'équation $2y + z - 6 = 0$ et (Q) le plan d'équation $y - 2z + 12 = 0$.

1. Démontrer que (P) et (Q) sont perpendiculaires.
2. Démontrer que l'intersection des plans (P) et (Q) est la droite (D).
3. Démontrer que (P) et (Q) coupent l'axe $\left(O\ ;\ \vec{j}\right)$ et déterminer les coordonnées des points B et C, intersections respectives de (P) et (Q) avec l'axe $\left(O\ ;\ \vec{j}\right)$.
4. Démontrer qu'une équation du plan (T) passant par B et de vecteur normal $\overrightarrow{AC}$ est $x + 4y + 2z - 12 = 0$.
5. Donner une représentation paramétrique de la droite (OA).
   Démontrer que la droite (OA) et le plan (T) sont sécants en un point H dont on déterminera les coordonnées.
6. Que représente le point H pour le triangle ABC ? Justifier.




**Exercice 2.** *Probabilité discrète* (5 points)

Alice débute au jeu de fléchettes. Elle effectue des lancers successifs d'une fléchette. Lorsqu'elle atteint la cible à un lancer, la probabilité qu'elle atteigne la cible au lancer suivant est égale à $\frac{1}{3}$. Lorsqu'elle a manqué la cible à un lancer, la probabilité qu'elle manque la cible au lancer suivant est égale à $\frac{4}{5}$. On suppose qu'au premier lancer elle a autant de chances d'atteindre la cible que de la manquer. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on considère les évènements suivants :
$A_n$ : « Alice atteint la cible au $n^e$ coup ». et $B_n$ : « Alice rate la cible au $n^e$ coup ».
On pose $P_n = p(A_n)$. [1]

1. Déterminer $p_1$ et montrer que $p_2 = \frac{4}{15}$.
2. Montrer que, pour tout entier naturel $n \geqslant 2$, $$p_n = \frac{2}{15}p_{n-1} + \frac{1}{5}.$$
3. Pour $n \geqslant 1$ on pose $u_n = p_n - \frac{3}{13}$.
   Montrer que la suite $(u_n)$ est une suite géométrique, dont on précisera le premier terme $u_1$ et la raison $q$.
4. Écrire $u_n$ puis $p_n$ en fonction de $n$.
5. Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} p_n$.

1. Pour les questions **1.** et **2.** on pourra éventuellement utiliser un arbre pondéré.