

**DM 16 : PROBABILITÉ DISCRÈTE**

On dispose de deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Ces dés sont en apparence identiques mais l'un est bien équilibré et l'autre truqué. Avec le dé truqué la probabilité d'obtenir 6 lors d'un lancer est égale à  $\frac{1}{3}$ .

*Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.*

1. On lance le dé bien équilibré trois fois de suite et on désigne par  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de 6 obtenus.
  - (a) Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire  $X$  ?
  - (b) Quelle est son espérance ?
  - (c) Calculer  $P(X = 2)$ .
2. On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables. Et on lance le dé choisi trois fois de suite. On considère les événements  $D$  et  $A$  suivants :
  - $D$  « le dé choisi est le dé bien équilibré » ;
  - $A$  : « obtenir exactement deux 6 ».
  - (a) Calculer la probabilité des événements suivants :
    - « choisir le dé bien équilibré et obtenir exactement deux 6 » ;
    - « choisir le dé truqué et obtenir exactement deux 6 ».(On pourra construire un arbre de probabilité).
  - (b) En déduire que :  $p(A) = \frac{7}{48}$ .
  - (c) Ayant choisi au hasard l'un des deux dés et l'ayant lancé trois fois de suite, on a obtenu exactement deux 6. Quelle est la probabilité d'avoir choisi le dé truqué ?
3. On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables, et on lance le dé  $n$  fois de suite ( $n$  désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2). On note  $B_n$  l'événement « obtenir au moins un 6 parmi ces  $n$  lancers successifs ».
  - (a) Déterminer, en fonction de  $n$ , la probabilité  $p_n$  de l'événement  $B_n$ .
  - (b) Calculer la limite de la suite  $(p_n)$ . Commenter ce résultat.