Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°9

Exercice 1. R.O.C (4 points)

L'objet de cette question est de démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$.
On suppose connu le résultat suivant :

$$\forall x \in \mathbb{R}^{+*} \qquad e^x \geq x$$

1. On considère la fonction g définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \mathrm{e}^x - \dfrac{x^2}{2}$.
   Montrer que pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$, $g(x) \geqslant 0$. (On étudiera la fonction g pour cela).
2. En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$

Exercice 2. (6 points)
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^{-x^2}$$

1. Calculer $g'(x)$, puis étudier le signe de g'.
2. En déduire le tableau de variation de g.
3. Calculer les limites de g en $+\infty$ puis en $-\infty$.
4. Déterminer les éventuels extremum de g.
5. Calculer $g''(x)$, puis résoudre $g''(x) = 0$

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°9

Exercice 1. R.O.C (4 points)

1. Montrer que $e^x > x$, pour cela étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - x$.
2. En utilisant l'égalité précédent pour $\mathrm{X} = \dfrac{x}{2}$ démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^{+*}$ on a

$$\frac{e^x}{x} \geq \frac{x}{4}$$

3. En déduire la limite de $\dfrac{e^x}{x}$ lorsque x tend vers $+\infty$.

Exercice 2. (6 points)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^x - x - 4$$

et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormal $(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etudier les variations de la fonction f.
2. En remarquant que, pour tout réel non nul x :

$$f(x) = x\left(\frac{e^x}{x} - 1 - \frac{4}{x}\right)$$

   déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. Démontrer que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $x + y + 4 = 0$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$ en $-\infty$ et préciser la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à $\mathscr{D}$