Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°3

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. R.O.C (4 points)

On considère deux suites adjacentes (u_n) et (v_n) telles que :

$$v_n \leq u_n$$

1. Rappeler la définition des suites adjacentes.
2. Démontrer que (u_n), ainsi que (v_n) sont convergentes.
3. En déduire que (u_n) et (v_n) convergent vers la même limite ℓ.

Exercice 2. (6 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]2;+\infty[$ par $f(x) = 4 - \dfrac{1}{x-2}$

1. **Etude de** f
   (a) Etudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]2;+\infty[$.
   (b) Résoudre l'équation $f(x) = x$ dans l'intervalle $]2;+\infty[$.
   On note α la solution.
2. **Etude de la suite** (u_n)
   On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et par : $u_{n+1} = f(u_n) = 4 - \dfrac{1}{u_n - 2}$
   (a) Démontrer, par récurrence que $\alpha \leq u_{n+1} \leq u_n$
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°3

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. R.O.C (4 points)

On considère deux suites adjacentes (u_n) et (v_n) telles que :

$$v_n \leq u_n$$

1. Rappeler la définition des suites adjacentes.
2. Démontrer que (u_n), ainsi que (v_n) sont convergentes.
3. En déduire que (u_n) et (v_n) convergent vers la même limite ℓ.

Exercice 2. (6 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par $f(x) = 15 - \dfrac{100}{x+5}$

1. **Etude de** f
   (a) Etudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.
   (b) Résoudre l'équation $f(x) = x$ dans l'intervalle $[0;+\infty[$.
   On note α la solution.
2. **Etude de la suite** (u_n)
   On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et par : $u_{n+1} = f(u_n) = 15 - \dfrac{100}{u_n + 5}$
   (a) Démontrer, par récurrence que $\alpha \leq u_{n+1} \leq u_n$
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.