Nom : . . . . **Prénom :** . . . . Classe :. . . . . .

INTERROGATION N°14

Exercice 1. (10 points)

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Chaque réponse exacte rapporte un point. Aucune justification n'est demandée. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On désigne par A, B, C, D les points d'affixes respectives $z_{\text{A}} = 1$, $z_{\text{B}} = \text{i}$, $z_{\text{C}} = -1$, $z_{\text{D}} = -\text{i}$.

1. L'image E du point D par la rotation de centre A et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$ a pour affixe :
   - $z = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}(1+\text{i})$,
   - $z = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}(1-\text{i})$,
   - $z = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}(1-\text{i})$,
   - $z = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}(1+\text{i})$,
2. L'ensemble des points d'affixe z telle que $|z+\text{i}| = |z-1|$ est :
   - la médiatrice du segment [AB],
   - le milieu du segment [BC],
   - le cercle de centre O et de rayon 1,
   - la médiatrice du segment [AD].
3. L'ensemble des points d'affixe z telle que $\dfrac{z+\text{i}}{z+1}$ soit un imaginaire pur est :
   - la droite (CD) privée du point C,
   - le cercle de diamètre [CD] privé du point C,
   - le cercle de diamètre [BD] privé du point C,
   - la médiatrice du segment [AB].
4. L'ensemble des points d'affixe z telle que $\arg(z-i) = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$ est :
   - le demi-cercle de diamètre [BD] passant par A,
   - la droite (BD),
   - la demi-droite]BD) d'origine B passant par D privée de B,
   - le cercle de diamètre [BD] privé de B et D.

Nom : . . . . **Prénom :** . . . . Classe :. . . . . .

INTERROGATION N°14

Exercice 1. (10 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $2z^2 - 6z + 9 = 0$.
   Dans la suite de l'exercice, on désigne par P, Q et R les points d'affixes respectives
   $$z_{\text{P}} = \frac{3}{2}(1+\text{i}), \quad z_{\text{Q}} = \frac{3}{2}(1-\text{i}) \quad \text{et} \quad z_{\text{R}} = -2\text{i}\sqrt{3}.$$
2. Placer les points P, Q, R sur une figure que l'on complètera au fur et à mesure de la résolution de l'exercice.
3. On note S le symétrique du point R par rapport au point Q.
   Vérifier que l'affixe z_{S} du point S est $3 + \text{i}\left(2\sqrt{3} - 3\right)$.
4. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.
   Déterminer les affixes z_{A} et z_{C} des points A et C, images respectives des points R et S par la rotation r.
5. On désigne par B et D les images respectives des points S et R par la translation de vecteur $3v$.
   Calculer les affixes z_{B} et z_{D} des points B et D.
6. (a) Démontrer que $\dfrac{z_{\text{C}} - z_{\text{P}}}{z_{\text{B}} - z_{\text{P}}} = \text{i}$.
   (b) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.