Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°13

Exercice 1. (10 points)

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{e_1}, \vec{e_2})$ du plan complexe, les points A, B, C et D ont pour affixe respectivement :

$$z_A = 4 + i \qquad z_B = 1 + 2i \qquad z_C = \frac{5-\sqrt{3}}{2} + \frac{3-3\sqrt{3}}{2}i \qquad z_D = \frac{5+3i}{2}$$

1. Montrer que $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A}$ est un imaginaire pur.
   En déduire la valeur de l'angle $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}\right)$.
2. Démontrer que D est le milieu du segment $[AB]$.
3. Montrer que (CD) est la hauteur issue de C relative au côté AB dans le triangle ABC.
4. Démontrer que :
$$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$
5. Déterminer une écriture exponentielle de $\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, puis en déduire la nature du triangle ABC.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Interrogation n°13

Exercice 1. (10 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ (unité : 1 cm).
On fera une figure que l'on complètera au fur et à mesure des questions.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$.
2. Soit A, B, C et D les points d'affixes respectives :
$$z_{\text{A}} = 1 + \text{i} \quad ; \quad z_{\text{B}} = \overline{z_{\text{A}}} \quad ; \quad z_{\text{C}} = 2z_{\text{B}} \quad ; \quad z_{\text{D}} = 3.$$
   Construire une figure et la compléter tout au long de l'exercice.
3. Montrer que les trois points A, B et C appartiennent à un même cercle de centre D dont on précisera le rayon.
4. Calculer $\dfrac{z_{\text{C}} - 3}{z_{\text{A}} - 3}$. En déduire la nature du triangle DAC.
5. Donner une écriture exponentielle de z_A, z_B, z_C et z_D.
6. Les droites (AC) et (BD) sont-elles perpendiculaires ? (Justifier).