Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°10

<u>Exercice</u> 1. R.O.C (4 points)

On suppose connu le résultat suivant :
La fonction $x \mapsto \mathrm{e}^x$ est l'unique fonction φ dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $\varphi' = \varphi$, et $\varphi(0) = 1$.
Soit a un réel donné.

1. Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{ax}$ est solution de l'équation $y' = ay$.
2. Soit g une solution de l'équation $y' = ay$. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = g(x)\mathrm{e}^{-ax}$. Montrer que h est une fonction constante. (On montrera $h' = 0$)
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $y' = ay$.

<u>Exercice</u> 2. (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = xe^{-x}$$

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$, puis en $-\infty$. Interpréter géométriquement.
2. Calculer $f'(x)$.
3. Étudier le signe de f' puis dresser le tableau de variation de f.
4. En déduire d'éventuels extremum de f.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°10

<u>Exercice</u> 1. R.O.C (4 points)

On suppose connu le résultat suivant :
La fonction $x \mapsto \mathrm{e}^x$ est l'unique fonction φ dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $\varphi' = \varphi$, et $\varphi(0) = 1$.
Soit a un réel donné.

1. Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{ax}$ est solution de l'équation $y' = ay$.
2. Soit g une solution de l'équation $y' = ay$. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = g(x)\mathrm{e}^{-ax}$. Montrer que h est une fonction constante. (On montrera $h' = 0$)
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $y' = ay$.

<u>Exercice</u> 2. (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2}$$

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$, puis en $-\infty$. Interpréter géométriquement.
2. Montrer que, $\forall x \in \mathbb{R}^*$, on a :
$$f'(x) = \frac{(x-2)e^x}{x^3}$$
3. Étudier le signe de f' sur l'intervalle $\mathbb{R}^{+*}$, puis sur ce même intervalle dresser son tableau de variation.
4. En déduire d'éventuels extremum de f sur $\mathbb{R}^{+*}$.