

DM 9 : NOMBRES COMPLEXES

Exercice 1. Ecrire sous forme algébrique chacun des nombres complexes suivants :

1. $z_1 = (5 - 2i)(3i - 1)i$

3. $z_3 = \frac{\sqrt{2} + i}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i}$

2. $z_2 = \frac{i(1 + i)}{2 - 3i}$

4. $z_4 = \frac{1}{\sqrt{3} - i}$

Exercice 2. Dans un repère orthonormal du plan $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on donne les affixes des points A, B et C :

$$z_A = i \quad z_B = 4 - i \quad z_C = -1 + 4i$$

1. On réalisera une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2. On note B' le symétrique de B par rapport à A, déterminer l'afixe de B' .
3. On note E le point qui vérifie $\vec{AE} = \vec{AC} + \vec{B'A}$. Déterminer l'afixe de E.
4. Démontrer que le quadrilatère $AECB'$ est un parallélogramme.
5. Déterminer l'afixe du centre du parallélogramme $AECB'$.

Exercice 3. Le plan complexe \mathcal{P} est rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ (unité graphique 3cm).

On désigne par A le point d'afixe i . À tout point M du plan, distinct de A, d'afixe z , on associe le point M' d'afixe z' défini par :

$$z' = \frac{z}{i - z}$$

On note $z = a + ib$ où a et b désignent deux nombres réels.

1. Déterminer l'image du nombre complexe d'afixe $1 + 2i$. On l'écrira sous forme algébrique.
2. Déterminer l'ensemble \mathcal{E} des points $M(z)$ du plan \mathcal{P} tels que z' soit un nombre réel.
3. Démontrer que l'ensemble \mathcal{F} des points $M(z)$ du plan \mathcal{P} tels que z' soit un imaginaire pur est le cercle de centre $\Omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ et de rayon $\frac{1}{2}$.
4. Représenter \mathcal{E} et \mathcal{F} .