

## DM 9 : NOMBRES COMPLEXES

**Exercice 1.** Ecrire sous forme algébrique chacun des nombres complexes suivants :

1.  $z_1 = (5 - 2i)(3i - 1)i$

3.  $z_3 = \frac{\sqrt{2} + i}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i}$

2.  $z_2 = \frac{i(1 + i)}{2 - 3i}$

4.  $z_4 = \frac{1}{\sqrt{3} - i}$

**Exercice 2.** Dans un repère orthonormal du plan  $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ , on donne les affixes des points A, B et C :

$$z_A = i \quad z_B = 4 - i \quad z_C = -1 + 4i$$

1. On réalisera une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2. On note  $B'$  le symétrique de B par rapport à A, déterminer l'afixe de  $B'$ .
3. On note E le point qui vérifie  $\vec{AE} = \vec{AC} + \vec{B'A}$ . Déterminer l'afixe de E.
4. Démontrer que le quadrilatère  $AECB'$  est un parallélogramme.
5. Déterminer l'afixe du centre du parallélogramme  $AECB'$ .

**Exercice 3.** Le plan complexe  $\mathcal{P}$  est rapporté au repère orthonormal  $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  (unité graphique 3cm).

On désigne par A le point d'afixe  $i$ . À tout point M du plan, distinct de A, d'afixe  $z$ , on associe le point  $M'$  d'afixe  $z'$  défini par :

$$z' = \frac{z}{i - z}$$

On note  $z = a + ib$  où  $a$  et  $b$  désignent deux nombres réels.

1. Déterminer l'image du nombre complexe d'afixe  $1 + 2i$ . On l'écrira sous forme algébrique.
2. Déterminer l'ensemble  $\mathcal{E}$  des points  $M(z)$  du plan  $\mathcal{P}$  tels que  $z'$  soit un nombre réel.
3. Démontrer que l'ensemble  $\mathcal{F}$  des points  $M(z)$  du plan  $\mathcal{P}$  tels que  $z'$  soit un imaginaire pur est le cercle de centre  $\Omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$  et de rayon  $\frac{1}{2}$ .
4. Représenter  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$ .