

DM 6 : LIMITES ET CONTINUITÉ

Exercice 1. Rechercher les asymptotes parallèles aux axes que peuvent présenter les courbes représentatives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{3}{x-2}$

2. $f(x) = -\frac{1}{x^2}$

3. $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$

4. $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$

Exercice 2. Montrer que la courbe représentative de f admet une asymptote oblique, et étudier sa position par rapport à cette asymptote :

1. $f(x) = x - 2 + \frac{3}{x}$

2. $f(x) = \frac{1}{x^2-1} - x$

3. $f(x) = 3x - 1 - \frac{x}{x^2+1}$

4. $f(x) = x - x^{-n}$ pour $n \geq 1$

Exercice 3. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{si } x \leq 2 \\ 5 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

1. Justifier que la fonction f est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
2. Déterminer a pour que f soit continue en 2.

Exercice 4. On pose

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x + 1}$$

1. Montrer qu'il existe quatre réels a , b , c et d tels que, pour tout x :

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + x + 1}$$

2. En déduire que la courbe représentative de f admet, en $+\infty$ et en $-\infty$, une asymptote Δ , et positionner \mathcal{C}_f par rapport à Δ .