

DM 4 : LE PRODUIT SCALAIRE

Exercice 1. Un tétraèdre ABCD est tel que (AB) est orthogonal au plan (BCD).

1. Comparer les produits scalaires $\vec{AC} \cdot \vec{CD}$ et $\vec{BC} \cdot \vec{CD}$.
2. En déduire que le triangle ACD est rectangle en C si, et seulement si, le triangle BCD est rectangle en C.

Exercice 2. On donne les points A(3; -1; 4) et B(0; 5; 1).

Montrer que (AB) est orthogonale au plan d'équation :

$$x - 2y + z - 1 = 0$$

Exercice 3. Soit un triangle ABC, G le centre de gravité du triangle, O le centre du cercle qui lui circonscrit et H le point défini par :

$$\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} \quad (1)$$

1. Montrer que $\vec{AH} \cdot \vec{BC} = \vec{BH} \cdot \vec{CA} = \vec{CH} \cdot \vec{AB} = 0$.
En déduire que H est l'orthocentre du triangle ABC.
2. Déduire de (1) que $\vec{OH} = 3\vec{OG}$ (relation d'Euler, puis que O, G et H sont alignés).

DM 4 : LE PRODUIT SCALAIRE

Exercice 1. Un tétraèdre ABCD est tel que (AB) est orthogonal au plan (BCD).

1. Comparer les produits scalaires $\vec{AC} \cdot \vec{CD}$ et $\vec{BC} \cdot \vec{CD}$.
2. En déduire que le triangle ACD est rectangle en C si, et seulement si, le triangle BCD est rectangle en C.

Exercice 2. On donne les points A(3; -1; 4) et B(0; 5; 1).

Montrer que (AB) est orthogonale au plan d'équation :

$$x - 2y + z - 1 = 0$$

Exercice 3. Soit un triangle ABC, G le centre de gravité du triangle, O le centre du cercle qui lui circonscrit et H le point défini par :

$$\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} \quad (1)$$

1. Montrer que $\vec{AH} \cdot \vec{BC} = \vec{BH} \cdot \vec{CA} = \vec{CH} \cdot \vec{AB} = 0$.
En déduire que H est l'orthocentre du triangle ABC.
2. Déduire de (1) que $\vec{OH} = 3\vec{OG}$ (relation d'Euler, puis que O, G et H sont alignés).