

DM 15 : PROBABILITÉS

Exercice 1. Le problème du chevalier de Méré

Le chevalier de Méré, philosophe et homme de lettres pose le problème suivant au mathématicien Blaise Pascal. « Qu'est ce qui est le plus probable : obtenir au moins un six en quatre lancers d'un dé, ou obtenir au moins un double-six en lançant 24 fois deux dés? »

1. On lance un dé quatre fois de suite.
 - (a) Quel est le nombre d'issues de l'expérience?
 - (b) A est l'événement : « Obtenir au moins un six ». Définir l'événement \bar{A} et calculer sa probabilité. En déduire celle de A
2. On lance maintenant deux dés 24 fois de suite.
 - (a) Montrer que le nombre d'issues de l'expérience est 36^{24} .
 - (b) B est l'événement : « Obtenir au moins un double-six ». Définir l'événement \bar{B} et calculer sa probabilité. En déduire celle de B
3. Répondre au chevalier de Méré.

Exercice 2. On lance un dé équilibré. Si la face 6 apparaît, le gain du joueur est de 100€, si la face 1 apparaît, le gain est de 50€, pour toutes les autres faces, le joueur perd 30€.

X est la variable aléatoire qui donne le gain du joueur.

1. Déterminer la loi de probabilité de X
2. Calculer l'espérance mathématique de X. Le jeu est-il équitable?
3. Calculer l'écart-type. Le jeu est-il risqué?

Exercice 3. Problème de la Belle au bois dormant

On joue avec la Belle au bois dormant qui connaît le protocole suivant. L'expérience dure de dimanche soir à mercredi. Elle se couche le dimanche soir et on tire une pièce équilibrée à pile ou face. si c'est pile, on réveille la Belle le lundi pour un entretien, puis elle se rendort jusqu'à la fin de l'expérience. Si c'est face, on la réveille le lundi, puis le mardi pour deux entretiens, mais elle ne sait jamais quel jour on est.

Lors de chaque entretien (la belle ne sait pas les distinguer), on demande à la Belle l'« A votre avis, quelle est la probabilité que pile (resp. face) soit tombé dimanche? ».

A votre avis, que doit répondre la Belle?

$$\begin{array}{r} F \quad ! \quad n \\ \hline E \quad i \quad U \end{array}$$