

Devoir Surveillé 1

Exercice 1. *Factoriser-Développer*

(6 points)

1. Développer les expressions suivantes :

(a) $(2x - 1)(x + 3)$

(b) $(2y - 1)^2$

2. Factoriser les expressions suivantes :

(a) $x^2 - 6x$

(c) $25 - (x + 1)^2$

(b) $(x + 1)(x + 2) + (x + 2)(2x - 1)$

(d) $x^2 - 4x + 4$

Exercice 2. *Fractions*

(4 points)

1. Écrire sous la forme d'une fraction irréductible : $A = \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}}{5}$ 2. On note $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.(a) Montrer que $(1 + \sqrt{5})^2 = 6 + 2\sqrt{5}$ puis développer $\Phi^2 = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2$.(b) Écrire $\Phi + 1$ sous la forme d'un quotient(c) En déduire que $\Phi^2 = \Phi + 1$

Exercice 3. *Un peu de calcul!*

(3 points)

1. Montrer que $\frac{3^{-3} \times (30^3)^4}{3^9 \times (-5)^{12} \times 4^6} = 1$ 2. Écrire l'expression suivante sous la forme $a + b\sqrt{2}$: $A = 20\sqrt{50} - 8\sqrt{162} + 4\sqrt{2} + \sqrt{36}$

Exercice 4. *Utiliser une égalité*

(4 points)

1. Vérifier l'identité :

$$(a + b - c)(a + b + c) = (a + b)^2 - c^2$$

2. **Utiliser cette identité** pour montrer que :

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}) = 2\sqrt{6}$$

Exercice 5. *Encore du calcul!*

(3 points)

1. On considère deux nombres x et y . On sait que leur somme vaut 314, on a donc $x + y = 314$.Montrer que $(x + 9)(y + 9) = xy + 2907$ 2. Deux nombres ont pour somme 314, de combien augmente leur produit si on ajoute 9 à chacun des deux ?¹

Exercice 6. *Un vieux problème chinois*

(Bonus)

Une ville carré de dimensions inconnues comprend une porte au milieu de chaque côté. A l'extérieur de la ville, vingt mètres après la sortie nord, se trouve un arbre. Si tu quittes la ville par la porte sud, marche quatorze mètres vers le sud puis 1775 vers l'ouest et tu commenceras tout juste à apercevoir l'arbre.

On cherche les dimensions de la ville.²

1. On utilisera la question précédente pour répondre à cette question

2. Ce problème est issu des Neuf Chapitres sur l'art du calcul, ouvrage chinois datant d'il y a peu près 2000 ans.