

Devoir Maison 1

Exercice 1. *Factoriser-Développer*

(2 points)

Est-il possible que $x^2 - 3x + 4$ s'écrive pour tout x réel comme un produit de la forme $(x + 1)(ax + b)$ avec a et b réels ?

Exercice 2. *Un peu de calcul!*

(6 points)

- Simplifier au maximum la fraction suivante : $\frac{25^{-2} \times (15^3)^6}{9^4 \times (-5)^3}$
- Factoriser les expressions suivantes : $A = (2x + 1)^2 - (2x + 1)$ et $B = (4x + 3)(x + 5) + 16x^2 + 24x + 9$
- Écrire l'expression suivante sous la forme $a + b\sqrt{2}$: $A = 14\sqrt{50} - 8\sqrt{72} + \sqrt{2} + \sqrt{32} - 15$

Exercice 3. *Vitesse Moyenne*

(6 points)

- Un cycliste effectue l'ascension d'une côte à 10 km.h^{-1} et la redescend à 40 km.h^{-1} .
Quelle est sa vitesse moyenne v sur l'ensemble du parcours ?¹
- On dit qu'un réel x est la *moyenne harmonique* de deux nombres a et b si et seulement si

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

Exprimer x en fonction de a et b .²

- Trouver un rapport entre les questions 1. et 2.

Exercice 4. *Utiliser un résultat*

(6 points)

- Montrer que pour tout entier naturel non nul on a : $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$
- Calculer, en utilisant 1., $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$
- Montrer que quel que soit l'entier naturel n non nul on a :

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{(n-1) \times n} + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Exercice 5. *Trouver la tache!***(Bonus - 3 points)**

Retrouver le nombre caché sous la tache :

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50} + \frac{1}{60} + \frac{1}{\blacksquare}$$

Exercice 6. *Qui s'y frotte s'y pique!***(Bonus - 3 points)**

À l'aide des quatre opérations élémentaires (éventuellement des parenthèses) et en utilisant une seule fois les nombres 1, 5, 6 et 7, trouver 21

1. On pourra raisonner sur une côte d'une longueur de 10 km.
2. Pour cela il faut isoler x dans le membre de gauche de cette égalité.