

DEVOIR MAISON 5

Exercice 1. *Centre de gravité de la dimension 1 à la dimension 3*

(16 points)

Les figures seront réalisées sur une feuille de papier blanche.

1. On considère un segment $[AB]$ de longueur 5 cm, et G le point défini par :

$$\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{0}$$

- (a) Montrer que

$$\vec{AG} = \frac{\vec{AB}}{2}$$

Que peut-on en déduire pour le point G .

- (b) Faire une figure.

- (c) Montrer que quel que soit le point M du plan on a :

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MG}$$

2. On considère un triangle ABC et G son centre de gravité défini par :

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$

- (a) Montrer que

$$\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{3}$$

- (b) Faire une figure.

- (c) Montrer que quel que soit le point M du plan on a :

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$$

3. On considère un tétraèdre $ABCD$, notons G le point défini par

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$$

- (a) Montrer que

$$\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}}{4}$$

- (b) Faire une figure.

- (c) Démontrer que, quel que soit le point M de l'espace, on a :

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$$

Exercice 2. *Alignement*

(4 points)

$ABCD$ est un parallélogramme.

1. Construire les points E et F définis par $\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AB}$ et $\vec{DF} = -2\vec{DA}$
2. Montrer que $\vec{FE} = \frac{3}{2}\vec{AB} - 3\vec{AD}$ et que $\vec{CE} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AD}$
3. En déduire que les vecteurs \vec{FE} et \vec{CE} sont colinéaires.
4. En déduire que E , F et C sont alignés.