Exercice 1. Cours (2 points)

Compléter les égalités suivantes :

Propriété 1 :

A et B désignent deux événements d'une expérience aléatoire :

1. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Exercice 2. (6 points)

On considère deux urnes U et V. L'urne U contient quatre boules, trois sont rouges et une est bleue. L'urne V en revanche contient cinq boules, deux sont bleues et trois sont rouges.

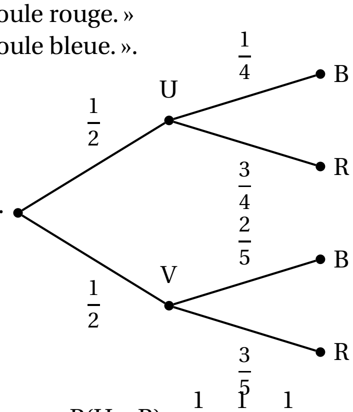
Un individu choisit au hasard une urne, puis choisit au hasard une boule dans l'urne de son choix. Il observe la couleur obtenue.

On note U l'événement « l'individu a choisit l'urne U. »

On note V l'événement « l'indididu a choisit l'urne V. »

On note R l'événement « l'individu a tiré une boule rouge. »

On note B l'événement « l'individu a tiré une boule bleue. ».

1. 

2. En utilisant l'arbre on trouve :
$$P(U \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

3. $V \cap B$: « la boule tirée par l'individu est bleue et provient de l'urne V. », de plus :
$$P(V \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

4. $$P(B) = P(U \cap B) + P(V \cap B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{5} = \frac{5}{40} + \frac{8}{40} = \frac{13}{40}$$

5. Comme la boule est soit rouge soit bleue, on a :
$$P(R) = 1 - P(B) = 1 - \frac{13}{40} = \frac{40-13}{40} = \frac{27}{40}$$

6. $U \cup B$: « la boule tirée provient de l'urne U **ou** la boule tirée est bleue. », de plus :
$$P(U \cup B) = P(U) + P(B) - P(U \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{13}{40} - \frac{1}{8} = \frac{20+13-5}{40} = \frac{28}{40}$$

Exercice 3. (2 points)

Lors du second tour des élections présidentielles, un candidat souhaite connaître les intentions de vote des français en sa faveur.

Un premier sondage sur 250 personnes interrogées donne une intention de vote de 54%.

Un second sondage sur 1900 personnes interrogées donne une intention de vote de 53%.

On note p la probabilité qu'un français rencontré au hasard vote pour ce candidat et on admet (ou plutôt on rappelle) que dans plus de 95% des cas $p \in \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

Déterminer le sondage le plus favorable à ce candidat.

Pour le premier sondage : $n = 250$, $f = 0,54$, on calcule les bornes de l'intervalle de fluctuation :

$$f - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,54 - \frac{1}{\sqrt{250}} \simeq 0,48 \qquad \text{et} \qquad f + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,54 + \frac{1}{\sqrt{250}} \simeq 0,60$$

On peut déduire de ce calcul que dans 95% des cas ce sondage assure au candidat d'obtenir entre 48% et 60% des votes.
Pour le second sondage : $n = 1900$, $f = 0,53$, on calcule les bornes de l'intervalle de fluctuation :

$$f - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,53 - \frac{1}{\sqrt{1900}} \simeq 0,51 \qquad \text{et} \qquad f + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,53 + \frac{1}{\sqrt{1900}} \simeq 0,55$$

On peut déduire de ce calcul que dans 95% des cas ce sondage assure au candidat d'obtenir entre 51% et 55% des votes.
Le second sondage est donc plus favorable au candidat, puis dans 95% des cas il serait élu.

Correction de l'interrogation n°9

Exercice 1. Cours (2 points)

Compléter les égalités suivantes :

> **Propriété 2 :**
> A et B désignent deux événements d'une expérience aléatoire :
> 1. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
> 2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Exercice 2. (6 points)

On considère deux urnes U et V. L'urne U contient trois boules, deux sont rouges et une est bleue. L'urne V en revanche contient cinq boules, quatre sont bleues et une est rouge.

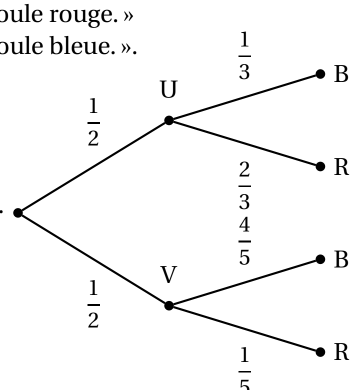
Un individu choisit au hasard une urne, puis choisit au hasard une boule dans l'urne de son choix. Il observe la couleur obtenue.

On note U l'événement « l'individu a choisit l'urne U. »

On note V l'événement « l'indididu a choisit l'urne V. »

On note R l'événement « l'individu a tiré une boule rouge. »

On note B l'événement « l'individu a tiré une boule bleue. ».

1. 

2. En utilisant l'arbre on trouve :
$$P(U \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$
3. $V \cap B$: « la boule tirée par l'individu est bleue et provient de l'urne V. », de plus :
$$P(V \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$$
4. $$P(B) = P(U \cap B) + P(V \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{2}{5} = \frac{5}{30} + \frac{12}{30} = \frac{17}{30}$$
5. Comme la boule est soit rouge soit bleue, on a :
$$P(R) = 1 - P(B) = 1 - \frac{17}{30} = \frac{30-17}{30} = \frac{13}{30}$$
6. $U \cup B$: « la boule tirée provient de l'urne U **ou** la boule tirée est bleue. », de plus :
$$P(U \cup B) = P(U) + P(B) - P(U \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{17}{30} - \frac{1}{6} = \frac{15+17-5}{40} = \frac{27}{30}$$

Exercice 3. (2 points)

Lors du second tour des élections présidentielles, un candidat souhaite connaître les intentions de vote des français en sa faveur.

Un premier sondage sur 250 personnes interrogées donne une intention de vote de 56%.

Un second sondage sur 1900 personnes interrogées donne une intention de vote de 53%.

On note p la probabilité qu'un français rencontré au hasard vote pour ce candidat et on admet (ou plutôt on rappelle) que dans plus de 95% des cas $p \in \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

Déterminer le sondage le plus favorable à ce candidat.

Pour le premier sondage : $n = 250$, $f = 0,56$, on calcule les bornes de l'intervalle de fluctuation :

$$f - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,56 - \frac{1}{\sqrt{250}} < 0,5 \qquad \text{et} \qquad f + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,56 + \frac{1}{\sqrt{250}} \simeq 0,62$$

On peut déduire de ce calcul que dans 95% des cas ce sondage assure au candidat d'obtenir entre 49% et 62% des votes.
Pour le second sondage : $n = 1900$, $f = 0,53$, on calcule les bornes de l'intervalle de fluctuation :

$$f - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,53 - \frac{1}{\sqrt{1900}} \simeq 0,51 \qquad \text{et} \qquad f + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,53 + \frac{1}{\sqrt{1900}} \simeq 0,55$$

On peut déduire de ce calcul que dans 95% des cas ce sondage assure au candidat d'obtenir entre 51% et 55% des votes.
Le second sondage est donc plus favorable au candidat, puis dans 95% des cas il serait élu.