CORRECTION DE L'INTERROGATION N°15

Exercice 1. (10 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (5x-1)(1-x)$.

1. Démontrer que la fonction f est une fonction polynôme de degré 2.
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) = 5x - 5x2 - 1 + x = -5x2 + 6x - 1$, et donc $f(x)$ est de la forme $ax2 + bx + c$ ce qui prouve que f est une fonction polynôme du second degré.

2. Calculer $f(0)$.
$$f(0) = -5 \times 0^2 + 6 \times 0 - 1 = -1$$

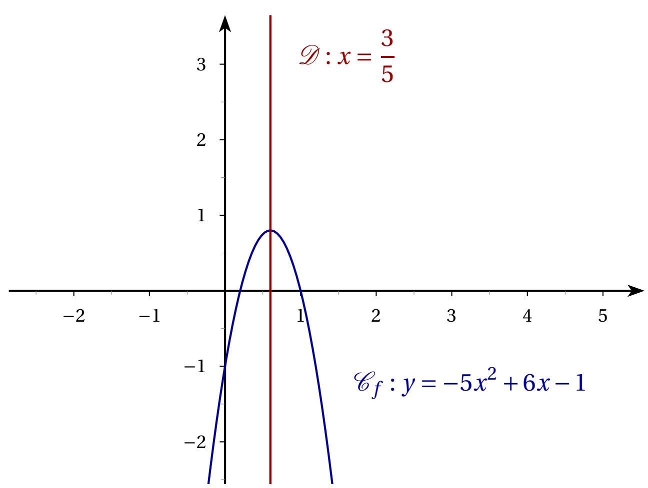
3. Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f.
   Utilisons la forme factorisée de f pour répondre à cette question :
$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow (5x-1)(1-x) = 0 \Longleftrightarrow 5x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 1 - x = 0 \Longleftrightarrow x = \frac{1}{5} \quad \text{ou} \quad x = 1$$

4. Déterminer les antécédents éventuels de -1 par f.
   Utilisons la forme développée de f pour répondre à cette question :
$$f(x) = -1 \Longleftrightarrow -5x^2 + 6x - 1 = -1 \Longleftrightarrow -5x^2 + 6x = 0 \Longleftrightarrow x(-5x+6) = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad -5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$$

5. A l'aide des questions précédentes, déterminer la forme canonique de f, puis dresser son tableau de variation.
   D'après la question précédente, $f\left(\frac{6}{5}\right) = f(0)$, par conséquent l'axe de symétrie de $\mathscr{C}_f$ a pour équation $x = \frac{3}{5}$ et la forme canonique de f est du type :
$$f(x) = -5\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 + \beta \qquad \text{avec} \quad \beta = f\left(\frac{3}{5}\right) = -5 \times \frac{9}{25} + 6 \times \frac{3}{5} - 1 = \frac{-9 + 18 - 5}{5} = \frac{4}{5}$$
   $a = -5$ donc la parabole $\mathscr{C}_f$ admet un maximum et admet pour tableau de variation :

x	$-\infty$	$\frac{3}{5}$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{4}{5}$	$\searrow$

6. Construire dans un repère la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f. Préciser son axe de symétrie.
   Comme on l'a déjà vu plus haut $\mathscr{C}_f$ admet pour axe de symétrie la droite d'équation $x = \frac{3}{5}$, que nous nommerons $\mathscr{D}$.



Correction de l'interrogation n°15

Exercice 1. (10 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)(2-x)$.

1. Démontrer que la fonction f est une fonction polynôme de degré 2.
2. Calculer $f(0)$.
3. Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f.
4. Déterminer les antécédents éventuels de -2 par f.
5. A l'aide des questions précédentes, déterminer la forme canonique de f, puis dresser son tableau de variation.
6. Construire dans un repère la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f. Préciser son axe de symétrie.

Exercice 2. (10 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)(2-x)$.

1. Démontrer que la fonction f est une fonction polynôme de degré 2.

   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) = 2x - x^2 - 2 + x = -x^2 + 3x - 2$, et donc $f(x)$ est de la forme $ax2 + bx + c$ ce qui prouve que f est une fonction polynôme du second degré.

2. Calculer $f(0)$.

$$f(0) = -0^2 + 3 \times 0 - 2 = -2$$

3. Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f.

   Utilisons la forme factorisée de f pour répondre à cette question :

$$f(x) = 0 \iff (x-1)(2-x) = 0 \iff x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 2 - x = 0 \iff x = 1 \quad \text{ou} \quad x = 2$$

4. Déterminer les antécédents éventuels de -2 par f.

   Utilisons la forme développée de f pour répondre à cette question :

$$f(x) = -2 \iff -x^2 + 3x - 2 = -2 \iff -x^2 + 3x = 0 \iff x(-x+3) = 0 \iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -x + 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

5. A l'aide des questions précédentes, déterminer la forme canonique de f, puis dresser son tableau de variation.

   D'après la question précédente, $f(3) = f(0)$, par conséquent l'axe de symétrie de $\mathscr{C}_f$ a pour équation $x = \frac{3}{}$ et la forme canonique de f est du type :

$$f(x) = -5\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \beta \qquad \text{avec} \quad \beta = f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{4} + 3 \times \frac{3}{2} - 2 = \frac{-9 + 18 - 8}{4} = \frac{1}{4}$$

   $a = -1$ donc la parabole $\mathscr{C}_f$ admet un maximum et admet pour tableau de variation :

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	

6. Construire dans un repère la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f. Préciser son axe de symétrie.

   Comme on l'a déjà vu plus haut $\mathscr{C}_f$ admet pour axe de symétrie la droite d'équation $x = \frac{3}{5}$, que nous nommerons $\mathscr{D}$.