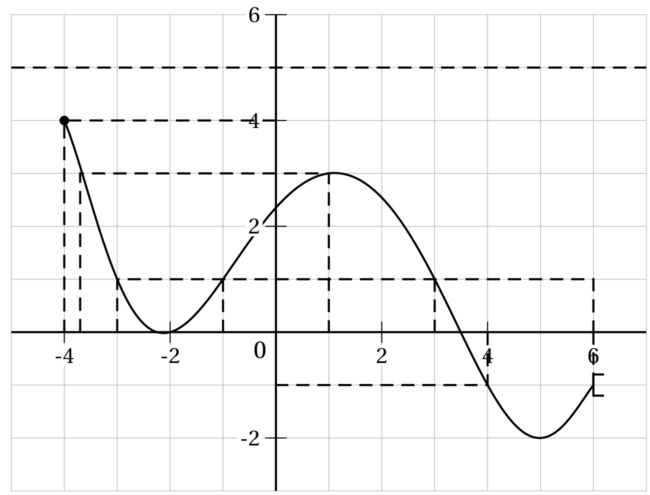
Correction du Devoir Surveillé 3

Exercice 1. (7 points)

On donne la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-4;6[$ pour répondre **graphiquement** aux questions suivantes.



1. L'image de -4 par la fonction f est $f(-4)=4$
2. $f(5)=-2$
3. (a) Les antécédents de 3 par la fonction f sont environ $-3,7$ et 1.

   (b) 5 n'a pas d'antécédent par la fonction f.
4. (a) L'équation $f(x)=-1$ admet pour ensemble de $\mathscr{S}$olutions $\mathscr{S}=\{4\}$

   (b) L'inéquation $f(x)\leq 1$ admet pour ensemble de $\mathscr{S}$olutions

$$\mathscr{S}=[-3;-1]\cup[3;6[$$

Le tableau de signes de la fonction f est :

x	-4		-2		3.5		6
Signe de $f(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 2. (3 points)

1. Si on rentre le nombre 1, alors $x=1$ dans l'algorithme, $a=1+2=3$ et $b=3^2-4=5$.
   Donc on obtient 5 (réponse a).
2. Si on veut obtenir 0 alors on veut $a^2-4=0$ c'est-à-dire $a^2=4$ donc $a=2$ ou $a=-2$.
   Comme $a=x+2$, on cherche x tel que $x+2=2$ ou $x+2=-2$.
   Au final, on peut entrer le nombre $x=0$ ou le nombre $x=-4$ (réponses a et c).
3. Quand on suit l'algorithme on trouve que $f(x)=b=a^2-4=(x+2)^2-4$. Donc la réponse b) convient.

Algorithme 1 :

Variables
x, a et b sont des nombres réels

Début
Entrer x
Affecter à a la valeur $x+2$
Affecter à b la valeur a^2-4
Afficher b
Fin

De plus, on peut constater en développant l'expression obtenue que

$$f(x)=(x^2+2\times 2x+2^2)-4=x^2+4x+4-4=x^2-4x$$

La réponse c) convient également.

Exercice 3. (5 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x)=x^2-2x+3$$

1. La fonction f n'admet pas de valeurs interdites, car il n'y a aucune division par 0, ni racine carré de nombre négatif. On en déduit $D_f = \mathbb{R}$.
2. $f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 - 2\times\sqrt{2}+3 = 2-2\sqrt{2}+3 = 5-2\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned} \textbf{3.} \quad f(x)=3 &\iff x^2-2x+3=3 \\ &\overset{-3}{\iff} x^2-2x=0 \\ &\iff x(x-2)=0 \\ &\iff x=0 \quad \text{ou } x=2 \qquad \text{Donc } \mathscr{S}=\{0;2\} \end{aligned}$$

4. Pour tout $x\in\mathbb{R}$ on a $(x-1)^2+2 = \left(x^2-2x+1\right)+2 = x^2-2x+3 = f(x)$

5. On cherche x tel que $f(x)=-4 \iff (x-1)^2+2=-4 \iff (x-1)^2=-2$.
Or un carré n'est jamais négatif, donc c'est impossible. Il n'y a pas d'antécédents à -4 par f.

Exercice 4. (5 points)

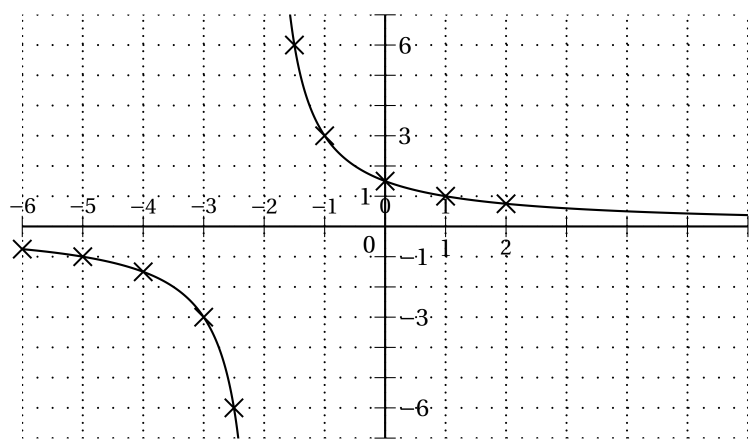
Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{3}{x+2}$$

1. On ne doit pas diviser par 0, donc il y a une valeur interdite quand $x+2=0$, c'est-à-dire quand $x=-2$. On en déduit que $D_f =]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$.
2. $f(1) = \dfrac{3}{1+2} = \dfrac{3}{3} = 1$ et $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{3}{\frac{1}{3}+2} = \dfrac{3}{\frac{7}{3}} = 3\times\dfrac{3}{7} = \dfrac{9}{7}$.
3. On cherche les réels x tels que $f(x)=1 \iff \dfrac{3}{x+2}=1 \iff 3=x+2 \iff x=3-2=1$.
   Par conséquent 1 admet un unique antécédent qui est 1.
4. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-6	-5	-4	-3	-2.5	-1.5	-1	0	1	2
$f(x)$	-0.75	-1	-1.5	-3	-6	6	3	1.5	1	0.75

5. Construire alors la courbe représentative de la fonction f sur le graphique ci-dessous



Exercice 5. Question Cactus

Dans la ville de Castelnaudary, le père noël a distribué un certains nombres de cadeaux. En multipliant ce nombre de cadeaux par 4 puis par 5 on voit apparaître exactement une fois tous les chiffres de 1 à 9.
Déterminer le nombre de cadeaux distribué par le père noël dans cette ville.