correction du Devoir Surveillé 1

Exercice 1. *Factoriser-Développer* (6 points)

1. Développer les expressions suivantes :
   (a) $(2x-1)(x+3) = 2x^2+6x-x-3 = 2x^2+5x-3$
   (b) $(2y-1)^2 = 4y^2-4y+1$
2. Factoriser les expressions suivantes :
   (a) $x^2-6x = x(x-6)$
   (b) $(x+1)(x+2)+(x+2)(2x-1) = (x+2)[(x+1)+(2x-1)] = (x+2)(x+1+2x-1) = 3x(x+2)$
   (c) $25-(x+1)^2 = 5^2-(x+1)^2 = (5-x-1)(5+x+1) = (4-x)(6+x)$
   (d) $x^2-4x+4 = (x-2)^2$

Exercice 2. (2 points)

Résoudre les équations suivantes :

1. $5x-1 = 3x+7 \iff 2x = 8 \iff x = 4$
2. $\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{3} \iff \dfrac{x}{2} = \dfrac{5}{3} \iff x = \dfrac{10}{3}$
3. $\dfrac{4}{7}x-\dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{7} \iff \dfrac{4}{7}x = \dfrac{2}{7}+\dfrac{1}{3} \iff \dfrac{12}{21}x = \dfrac{6}{21}+\dfrac{7}{21} \iff 12x = 13 \iff x = \dfrac{13}{12}$
4. $(2-x)(1+x)+(2-x)(3+x) = 0 \iff (2-x)[(1+x)+(3+x)] = 0 \iff (2-x)(4+2x) = 0$
   $\iff 2-x = 0$ ou $4+2x = 0 \iff x = 2$ ou $x = -2$

Exercice 3. *Un peu de calcul !* (3 points)

1. On a :

$$\begin{aligned} & \frac{3^{-3}\times\left(30^3\right)^4}{3^9\times(-5)^{12}\times 4^6} \\ = & \frac{30^{12}}{3^{12}\times 5^{12}\times(2\times 2)^6} \\ = & \frac{5^{12}\times 2^{12}\times 3^{12}}{3^{12}\times 5^{12}\times 2^6\times 2^6} \\ = & \frac{5^{12}\times 2^{12}\times 3^{12}}{3^{12}\times 5^{12}\times 2^{12}} \\ = & 1 \end{aligned}$$

2. On a :

$$\begin{aligned} & A = 20\sqrt{50}-8\sqrt{162}+4\sqrt{2}+\sqrt{36} \\ \iff & A = 20\sqrt{25\times 2}-8\sqrt{81\times 2}+4\sqrt{2}+6 \\ \iff & A = 100\sqrt{2}-72\sqrt{2}+4\sqrt{2}+6 \\ \iff & A = 32\sqrt{2}+6 = 6+32\sqrt{2} \end{aligned}$$

Exercice 4. *Utiliser une égalité* (4 points)

1.
$$(a+b)^2-c^2 = ((a+b)-c)((a+b)+c) = (a+b-c)(a+b+c)$$

2.
$$(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}) = (\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-\sqrt{5}^2 = 2+2\sqrt{2}\times\sqrt{3}+3-5 = 2\sqrt{6}+5-5 = 2\sqrt{6}$$

Exercice 5. (5 points)

Un rectangle a pour périmètre $P = 14m$ et pour aire $S = 12m^2$.
Le but du problème est de connaître les dimensions du rectangle.

1. On a $x + y + x + y = P \iff 2x + 2y = 14 \iff x + y = 7$ et aussi $xy = S \iff xy = 12$.
2. On a $xy = 12 \iff x(7 - x) = 12 \iff 7x - x^2 = 12 \iff x^2 - 7x + 12 = 0$
3. $(x - 4)(x - 3) = x^2 - 4x - 3x + 12 = x^2 - 7x + 12$, on constate que :

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \iff (x - 4)(x - 3) = 0$$

4.

$$(x - 4)(x - 3) = 0 \iff x = 4 \qquad \text{ou} \qquad x = 3$$

5. Si $x = 4$ alors $y = 3$, dans l'autre cas si $x = 3$ alors $y = 4$, au final le rectangle a pour longueur $L = 4$ et pour largeur $\ell = 3$