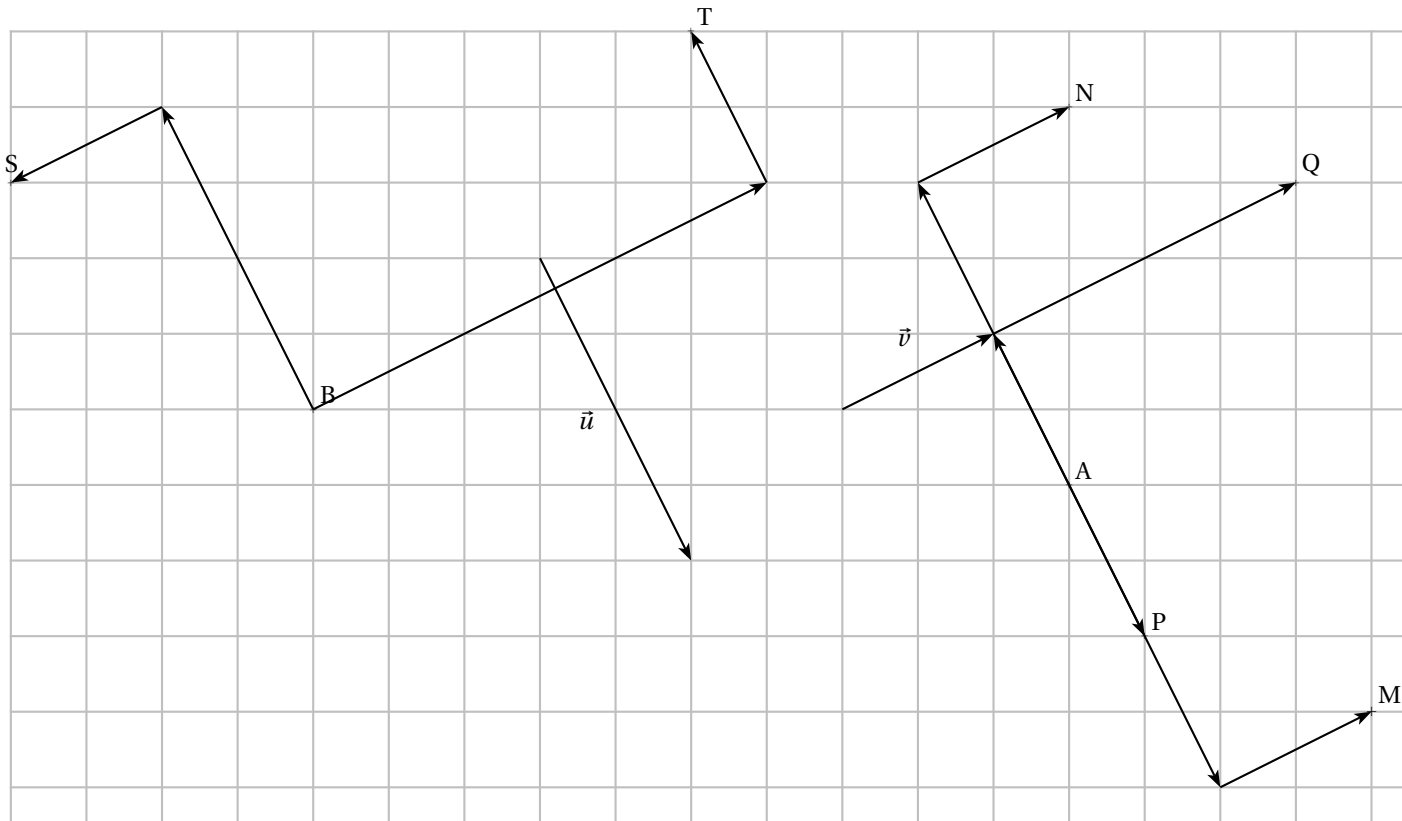


## CORRECTION DU DEVOIR MAISON 5

**Exercice 1. Construction de point**

(6 points)

Dans la figure suivante on donne un représentant du vecteur  $\vec{u}$ , un représentant du vecteur  $\vec{v}$  et deux points A et B du plan.



- Placer le point M tel que  $\vec{AM} = \vec{u} + \vec{v}$ .
- Placer le point N tel que  $\vec{AN} = \vec{v} - \vec{u}$ .
- Placer le point P tel que  $\vec{AP} = \frac{1}{2}\vec{u}$ .
- Placer le point Q tel que  $\vec{AQ} = -\frac{1}{2}\vec{u} + 2\vec{v}$ .
- Placer le point S tel que  $\vec{SB} = \vec{u} + \vec{v}$ .
- Placer le point T tel que  $\vec{TB} = -3\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{u}$ .

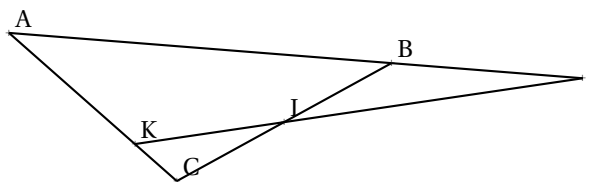
**Exercice 2. Relation de Chasles-Alignement**

(5 points)

Soit ABC un triangle quelconque. On considère les points I, J et K tels que :  $\vec{BI} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ ,  $\vec{AJ} = \frac{3}{2}\vec{AB}$  et  $\vec{AK} = \frac{3}{4}\vec{AC}$ .

**But : Démontrer que I, J et K sont alignés.**

- 



2. Expression du premier vecteur  $\vec{JK}$  en fonction des points de la figure de base (A, B et C).

Concernant les points J et K, l'énoncé nous donne  $\vec{AJ} = \frac{3}{2}\vec{AB}$  et  $\vec{AK} = \frac{3}{4}\vec{AC}$ .

On va donc décomposer le vecteur  $\vec{JK}$  en passant par le point A. On obtient :

$$\vec{JK} = \vec{JA} + \vec{AK} = \frac{3}{2}\vec{BA} + \frac{3}{4}\vec{AC}$$

3. Expression du deuxième vecteur  $\vec{JI}$  en fonction des points de la figure de base (A, B et C)

(a) Concernant les points J et I, l'énoncé nous donne  $\vec{BI} = \frac{1}{2}\vec{BC}$  et  $\vec{AJ} = \frac{3}{2}\vec{AB}$ .

On va donc décomposer le vecteur  $\vec{JI}$  en passant par les points A et B. On obtient :

$$\vec{JI} = \vec{JA} + \vec{AB} + \vec{BI} = \frac{3}{2}\vec{BA} - \vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{BC} = \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{BC}$$

(b) Comme  $\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC}$ , on obtient :

$$\vec{JI} = \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC} = \vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC}$$

4. On a :  $\vec{JK} = \frac{3}{2}\vec{BA} + \frac{3}{4}\vec{AC}$  et  $\vec{JI} = \vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC}$  donc :

$$\vec{JK} = \frac{3}{2}\left(\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC}\right) = \frac{3}{2}\vec{JI}$$

ce qui prouve que les points I, J et K sont alignés.

### Exercice 3. Vecteurs et parallélogrammes

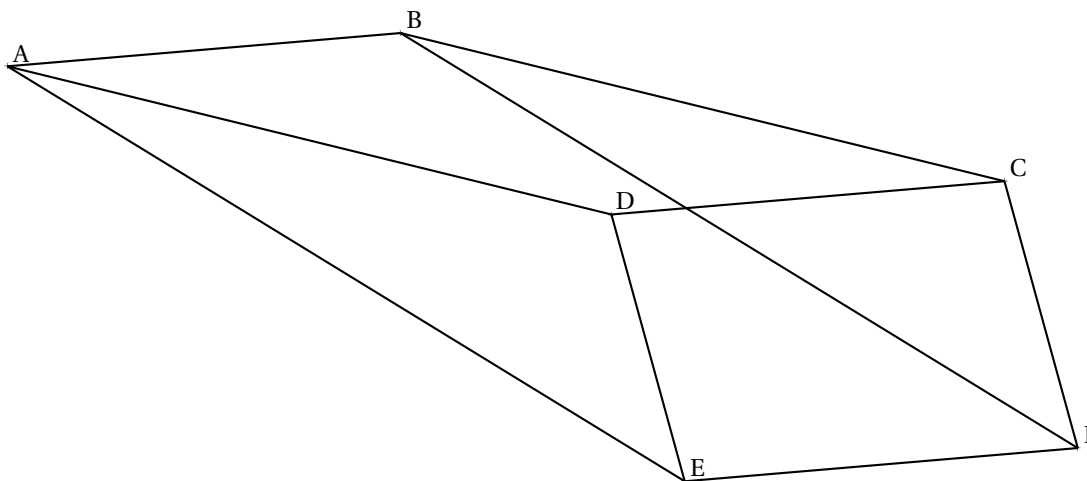
(4 points)

ABCD et CDEF sont deux parallélogrammes.

1. ABCD est un parallélogramme donc  $\vec{AB} = \vec{DC}$ .

CDEF est un parallélogramme donc  $\vec{DC} = \vec{EF}$ .

2. D'après la question précédente on a  $\vec{AB} = \vec{DC}$  et  $\vec{DC} = \vec{EF}$ , donc  $\vec{EF} = \vec{AB}$  donc EFBA est un parallélogramme.



**Exercice 4. Relation de Chasles et parallélisme.**

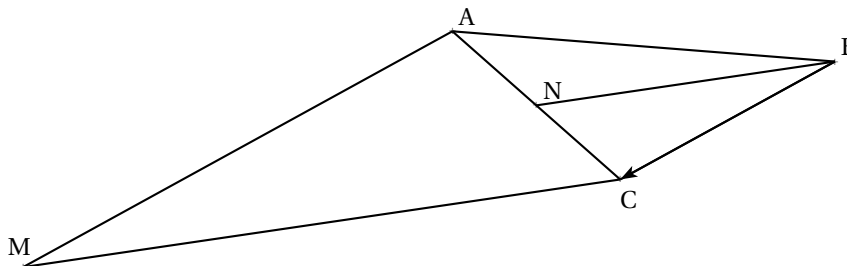
(5 points)

Soit ABC un triangle quelconque. On considère les points M et N tels que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

**But : démontrer que les droites (CM) et (BN) sont parallèles**

1.



2. Expression du premier vecteur  $\overrightarrow{CM}$  en fonction des points de la figure de base (A, B et C). Avec le point M, l'énoncé nous donne  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC}$ . On va donc décomposer  $\overrightarrow{CM}$  en faisant apparaître le point A et on obtient :

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{BC}$$

3. Expression du deuxième vecteur  $\overrightarrow{BN}$  en fonction des points de la figure de base (A, B et C)

(a) Avec le point N, l'énoncé nous donne  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ . On va donc décomposer  $\overrightarrow{BN}$  en faisant apparaître le point A et on obtient :

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

(b) Comme  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$  on a :

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

4. On vient de voir que :  $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{BC}$ , donc :

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{BC} = 2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}\right) = 2\overrightarrow{BN}$$

On en déduit que les droites (CM) et (BN) sont parallèles.