

DEVOIR MAISON 4

Avec mes amis, nous jouons souvent au yam's menteur (5 dés). Il est établi entre nous que l'ordre décroissant de ce que l'on obtient avec les dés est :

- Yams : 5 dés identiques
- Carrés : 4 dés identiques
- Suite : 5 numéros qui se suivent
- Full : 3 dés identiques + 2 autres identiques
- Brelan : 3 dés identiques
- Double-paire : 2 fois 2 dés identiques
- Paire : 2 dés identiques
- Rien : Aucune des figures précédentes.

La puissance d'une figure devrait évidemment dépendre de sa probabilité d'apparition.



Partie A : Un peu de dénombrement

Un joueur lance 5 dés, il regarde la figure obtenue. Par exemple sur la figure ci-dessus il a obtenu une paire de 2, un 3, un 5 et un 6.

1. Le Yams

- (a) Imaginer un arbre (on en donnera une esquisse) représentant la situation du jeu, afin de déterminer le nombre d'issues total.
Expliquer pourquoi il y a 7776 possibilités au total.
- (b) Déterminer le nombre total de Yams.
- (c) On note Y l'événement « le joueur a obtenu un Yams ».
Démontrer que

$$P(Y) = \frac{1}{1296}$$

2. Le carré

- (a) Un joueur a obtenu un carré de 4 avec un 1. Expliquer pourquoi il y a 5 manières différentes d'obtenir cette combinaison.
- (b) Déterminer le nombre total de carré 4. (Attention : Un Yams n'est pas considéré comme un carré).
- (c) En déduire le nombre total de carré.
- (d) On note C l'événement « le joueur a obtenu un carré ».
Démontrer que

$$P(C) = \frac{25}{1296}$$

3. Le Full

- (a) Un joueur a obtenu un full de 6 par les 5 i.e trois 6 et deux 5.
La notation suivante : 66565 signifie qu'avec les deux premiers dés il a obtenu 6, avec le troisième il a obtenu 5, avec le quatrième il a obtenu un 6 et enfin avec le dernier il a obtenu un 5.
En utilisant cette notation démontrer qu'il y a 10 manières différentes d'obtenir un full de 6 par les 5.
- (b) En complétant le tableau suivant, expliquer pourquoi il y a 30 full différents :
(Attention : Un Yams ou un carré n'est pas considéré comme un full).
Remarque : La notation 3×6 et 2×5 signifie qu'il y a trois 6 et deux 5 dans la combinaison du joueur.

paire de \ brelan de	1	2	3	4	5	6
1	?					
2						
3						
4						
5						3 × 6 et 2 × 5
6						

- (c) Déterminer le nombre total de full.
- (d) On note F l'événement « le joueur a obtenu un full ». Démontrer que

$$P(F) = \frac{50}{1296}$$

Il devient complexe de dénombrer chacune des différentes combinaisons, à titre informatif, on donne le tableau suivant qui résume le nombre total de combinaison et donc les probabilités de chacune des figures :

Combinaison	Rien	Paire	Double Paire	Brelan	Full	Suite	Carré	Yams	Total
Nombres	480	3600	1800	1200	300	240	150	6	7776
Probabilités	$\frac{80}{1296}$	$\frac{600}{1296}$	$\frac{300}{1296}$	$\frac{200}{1296}$	$\frac{50}{1296}$	$\frac{40}{1296}$	$\frac{25}{1296}$	$\frac{1}{1296}$	1

Partie B : Une situation de jeu

Une partie de Yams menteur entre deux joueurs L. et D. touche à sa fin. Pour ne pas heurter certaines âmes sensibles nous ne révélerons pas les enjeux de cette partie mais ceci sont si importants que chacun des deux joueurs souhaite prendre les meilleures décisions afin de remporter la partie.

Nous allons essayer de les aider dans leur choix.

La situation : L. lance les 5 dés et annonce un brelan de 5. D. accepte, observe les dés et doit maintenant obtenir une meilleure combinaison. Pour cela il écarte les trois 5 (L. n'avait pas menti) et relance les deux dés restants. Avant d'effectuer son annonce D. voudrait connaître la probabilité, dans son cas, d'obtenir un carré de 5.

1. Effectuer un arbre de probabilité modélisant cette expérience aléatoire (on rappelle que D. n'a lancé que deux dés).
2. Déterminer la probabilité que D. obtienne au moins un carré de 5.
3. D. décide d'annoncer un carré de 5, sans tenir compte de ses dés. Commenter son choix. Que feriez-vous à la place de L. ?

La fin : L. refusa l'annonce de D., malheureusement pour L. il y avait effectivement un carré de 5.