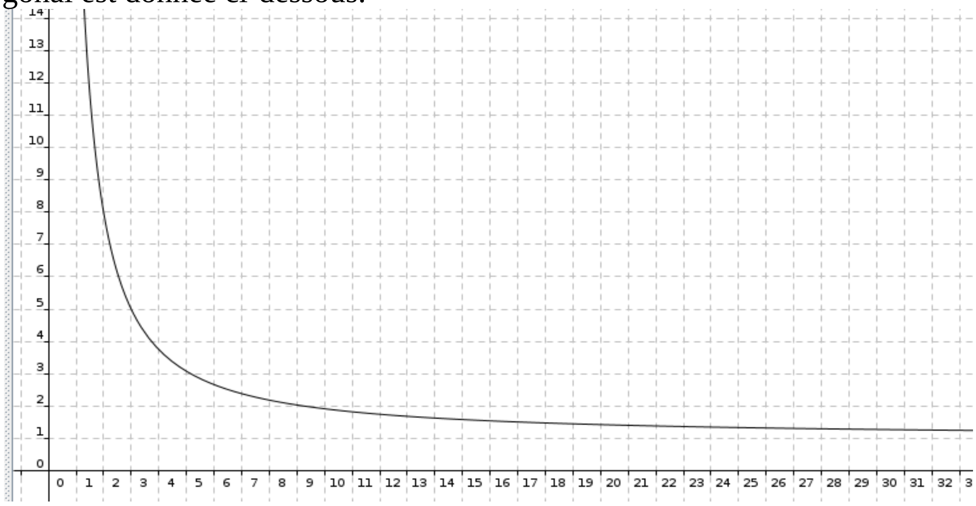
TSTI2D	*mercredi 26 novembre 2014*
CONTRÔLE COMMUN n°1 *durée:4h*	
NOM :	

LA CALCULATRICE EST AUTORISÉE.
Aucune calculatrice ne doit circuler entre les élèves

LE SUJET EST À RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 1 :
On considère une fonction f définie sur $]0;+\infty[$ dont la représentation graphique C dans un repère orthogonal est donnée ci-dessous.



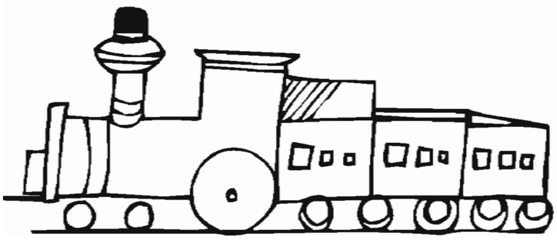
1. Au vu de la représentation graphique, émettre des conjectures sur :
   a) l'existence d'asymptotes à la courbe C . Préciser les équations ; (conjecture 1)
   b) les limites de f aux bornes de son ensemble de définition ; (conjecture 2)
   c) la valeur approchée de la solution de l'équation f(x) = 2 ; (conjecture 3)
   d) le tableau de variations de f. (conjecture 4)

Dans ce qui suit, on admet que la fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=1+\frac{8}{x}+\frac{12}{x^2}$.

Le but est alors de confirmer ou d'infirmer les conjectures précédentes par le calcul.

2. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Détailler.
3. Déterminer la limite de f en 0. Détailler.
4.
   a) Montrer que $f'(x)=\frac{-8x-24}{x^3}$.
   b) Donner le tableau de signe de f '.
   c) En déduire le tableau de variation de f en y faisant figurer les limites déterminées aux questions 2 et 3.
5. En utilisant la table de valeurs de la calculatrice, donner un encadrement d'amplitude 0,1 de la solution de l'équation f(x) = 2.
6. Quelles sont les conjectures émises à la question 1 qui ont été confirmées ?

EXERCICE 2 :



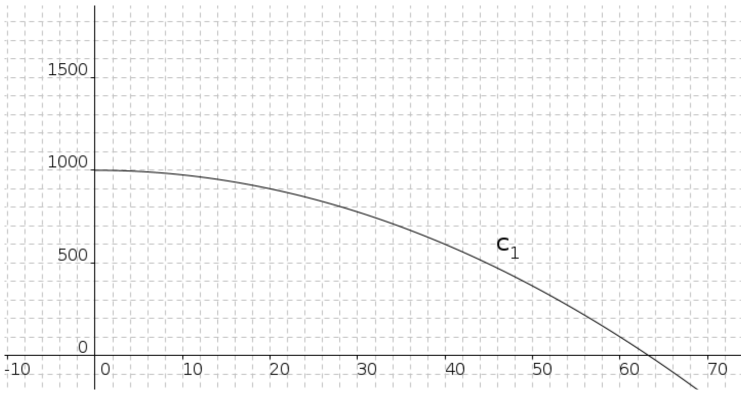
Un TGV roule à $360\,km.h^{-1}$. Il freine brusquement ce qui se traduit par une accélération en $m.s^{-2}$ donnée par

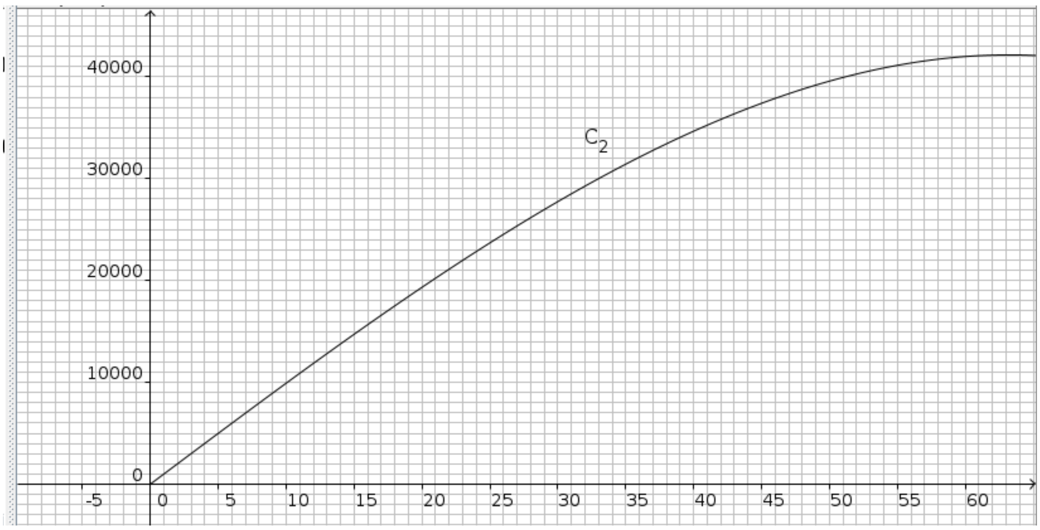
$$a(t)=-0{,}5t$$

où t représente le temps en secondes à compter du coup de frein.

Rappel : La vitesse V du TGV en $m.s^{-1}$ est une primitive de la fonction a.
Rappel : La distance parcourue D du TGV en mètres est une primitive de la fonction V.

On donne ci-dessous les deux courbes de D et de V en fonction du temps t.

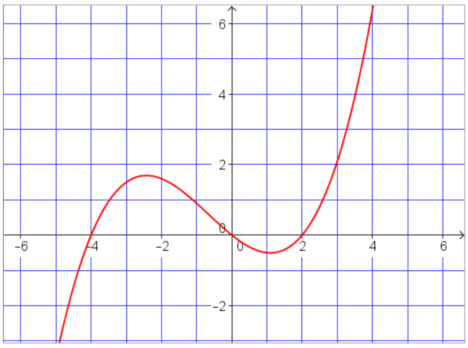




1) Associer à chacune des fonctions D et V sa courbe représentative. Justifier.
2) Par lecture graphique sur la courbe de la vitesse, déterminer le temps d'arrêt. Laisser les traits de construction.
3) Lire graphiquement la distance totale de freinage. Laisser les traits de construction.
4) a) La vitesse initiale est donnée en $km.h^{-1}$. La convertir en $m.s^{-1}$ pour obtenir V(0).
   b) Démontrer que pour tout réel positif t, $V(t)=\frac{-1}{4}t^2+1000$
5) a) Donner D(0) en mètres.
   b) Exprimer D(t) en fonction de t.
6) Résoudre V(t)= 0. Interpréter le résultat.
7) En déduire la distance totale de freinage par le calcul.

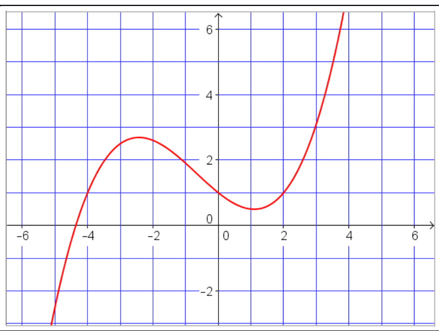
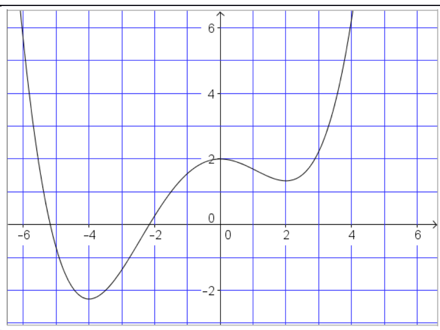
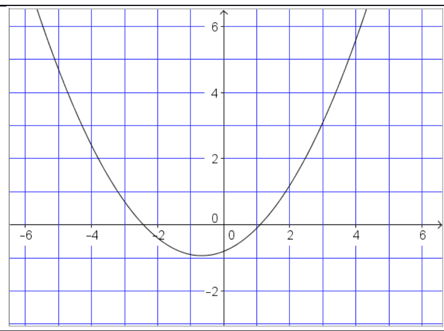
EXERCICE 3 :

La courbe d'une fonction f définie sur I est représentée dans le repère ci-dessous.



Soit F une primitive de f.

1. Que vaut F ' (4) ?
2. Etablir le tableau de signe de f.
3. En déduire le tableau de variation de F.
4. Parmi les courbes ci-dessous, quelle est celle qui peut représenter F ?

COURBE 1	COURBE 2	COURBE 3
		

EXERCICE 4 : QCM Entourer les bonnes réponses. Ne pas justifier.
Pour une même question, <u>il peut y avoir plusieurs bonnes réponses.</u>

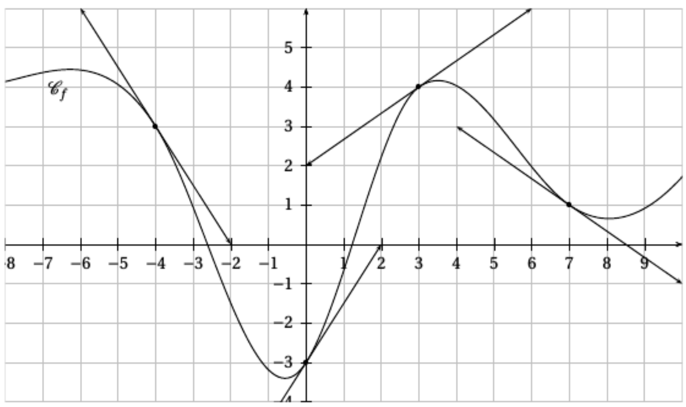
1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-2x^2-x+4$ de courbe représentative C.
   Parmi les équations de droites ci-dessous, quelle est celle de la tangente à C en 2 ?

   a. $y=2x-1$ b. $y=3x+2$ c. $y=2x+3$ d. $y=3x-4$

2. On considère la fonction f représentée ci-contre par la courbe C.
   Quelle est la valeur de f '(7) ?

   a. $\dfrac{3}{2}$ c. $\dfrac{-2}{3}$

   b. $\dfrac{-3}{2}$ d. 1



3. Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{1}{(x-3)^2}$. On a :

   a. f est définie sur $\mathbb{R}/\{-3\}$

   b. $f'(x)=-\dfrac{2}{(x-3)^3}$

   c. Une primitive de f est la fonction $F(x)=\dfrac{x-4}{x-3}$

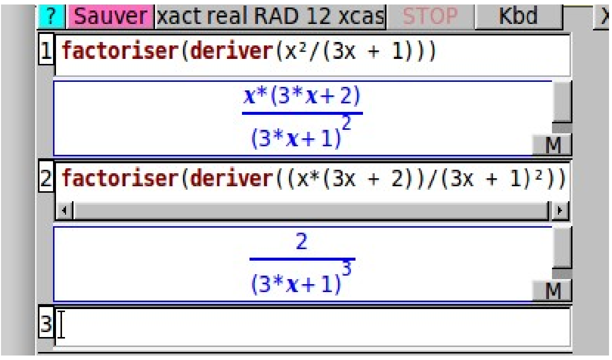
   d. f est strictement décroissante sur $[5;6]$

4. Une primitive de la fonction $(2x+3)^4$ est :

   a. $8(2x+3)^3$ b. $\frac{1}{10}(2x+3)^5$ c. $\frac{1}{5}(2x+3)^5$ d. $(2x+3)^3$

5. On considère les fonctions f, g, et h définies sur $]0;+\infty[$ par

   $f(x)=\frac{x(3x+2)}{(3x+1)^2}$; $g(x)=\frac{2}{(3x+1)^3}$ et $h(x)=\frac{x^2}{3x+1}$



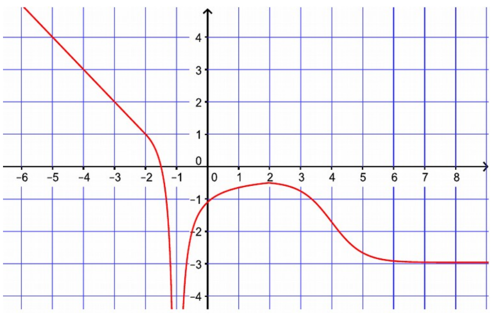
Grâce aux réponses données par Xcas, on sait que :

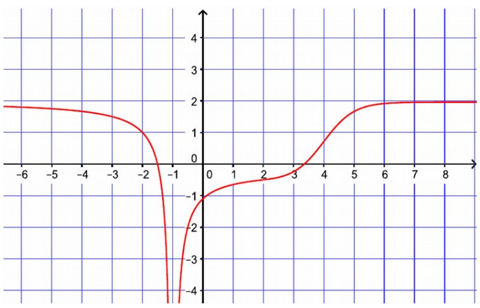
a. g est la dérivée de f
b. g est une primitive de f
c. h est la dérivée de f
d. h est une primitive de f

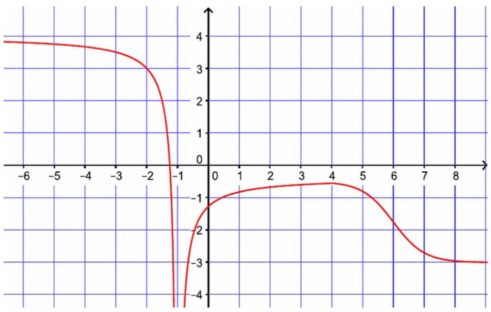
Pour les questions suivantes, on considère le tableau de variations d'une fonction f ci-dessous

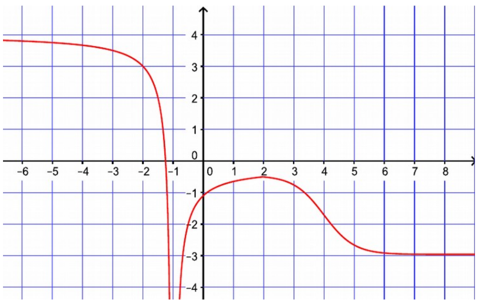
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
Variations de f	4	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-0.5	↘	-3

6. Quelle(s) courbe(s) parmi les quatre proposées ci-dessous admet(tent) ce tableau de variations ?









7. On a :

   a. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ c. $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)=-\infty$

   b. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=4$ d. $\lim\limits_{x\to4} f(x)=-\infty$

8. On a les asymptotes suivantes :

   a. x= -3 b. y = - 3 c. x= - 1 d. y = - 1