

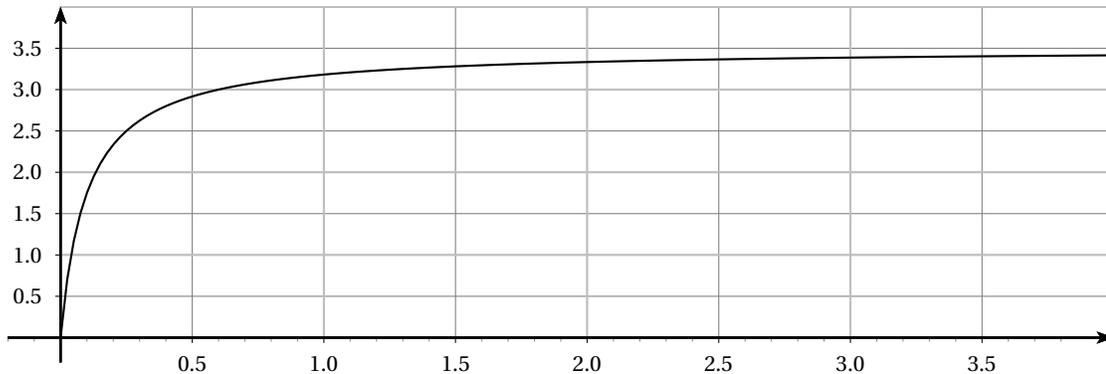
~ DEVOIR SURVEILLÉ ~ LIMITES

Exercice 1 : Lâcher un ballon sonde

(5 points)

Les ballons sondes expérimentaux sont des ballons gonflés à l'hélium permettant d'embarquer une nacelle remplie d'expériences pour pouvoir mieux comprendre l'atmosphère terrestre. Les ballons explosent à environ 30 km d'altitude. La nacelle redescend alors au sol, freinée par un parachute. On s'intéresse ici aux premiers instants d'un ballon-sonde après son lâcher du sol.

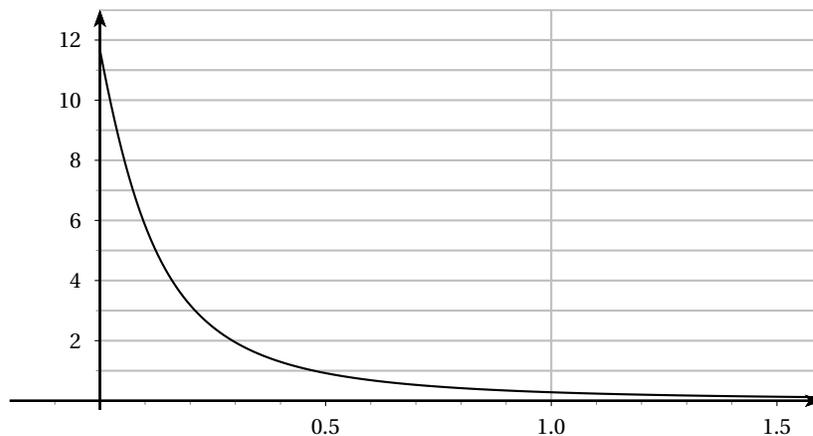
- On note $v(t)$ la vitesse en m/s atteinte par le ballon-sonde, t secondes après son lâcher du sol. On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{V} de la fonction v ainsi définie.



- Quelle limite sur la fonction v peut-on conjecturer ? Pourquoi ?
- Par lecture graphique, déterminer :
 - \rightsquigarrow un instant t_0 à partir duquel la vitesse du ballon est au moins de 3 m/s
 - \rightsquigarrow un instant t_1 à partir duquel la vitesse du ballon est au moins à 95% de sa vitesse limite conjecturée en 1.a.

L'hélium étant plus léger que l'air, le ballon monte mais il atteint très rapidement une vitesse limite à cause des frottements de l'air à sa surface.

- On note $a(t)$ l'accélération en m/s^{-2} du ballon-sonde, t secondes après son lâcher du sol. On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{A} de la fonction a ainsi définie.



- Quelle limite sur la fonction a peut-on conjecturer ? Pourquoi ?
- Par lecture graphique, déterminer un instant t_2 à partir duquel l'accélération du ballon est inférieure à 1 m/s^{-2}

Exercice 2 :

(9 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $] -\infty; -2[\cup] -2; 1[\cup] 1; +\infty[$ dont on donne ci-dessous le tableau de variations. On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
Variations de f	0 	$+\infty$ 	$+\infty$ 	$+\infty$

1. Indiquer pour chacune des affirmations suivantes si elles est vraie ou fausse. **Justifier.**

- a. L'axe des ordonnées est une asymptote de \mathcal{C}
- b. La courbe \mathcal{C} admet deux asymptotes verticales
- c. La courbe \mathcal{C} admet deux asymptotes horizontales
- d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$
- e. $\lim_{x \rightarrow 1^-} (f(x))^5 = -\infty$
- f. $\lim_{x \rightarrow 1^-} (f(x))^{2014} = -\infty$
- g. L'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions.

2. Dans un repère orthonormé,

- a. Tracer les asymptotes à la courbe \mathcal{C} .
- b. Tracer ensuite dans ce repère une courbe \mathcal{C} compatible avec les informations du tableau.

Exercice 3 :

(6 points)

Calculer les limites suivantes, en détaillant les étapes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 3x + 4$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 4x^3 + \sqrt{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{3x - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^5 - 5x^3}{2x + 4x^5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 2014)^{10}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5}{(x - 2)^2}$$