∽ DEVOIR SURVEILLÉ ∽
LIMITES

Exercice 1 : Lâcher un ballon sonde **(5 points)**

1. **a.** On peut conjecturer que $\lim\limits_{t \to +\infty} v(t) = 3.5$.
   En effet, la courbe de v semble admettre la droite d'équation $y = 3.5$ comme asymptote horizontale en $+\infty$

   b. Par lecture graphique, :

   - ⇝ la vitesse du ballon est au moins de 3 m/s environ à partir de l'instant $t_0 = 0.6$ s
   - ⇝ $3.5 \times 95/100 = 3.325$ donc la vitesse du ballon est au moins à 95% de sa vitesse limite conjecturée en **1.a.** à partir de l'instant $t_1 = 1.5$ s.

2. **a.** On peut conjecturer que $\lim\limits_{t \to +\infty} a(t) = 0$.
   En effet, la courbe de a semble admettre la droite d'équation $y = 0$ comme asymptote horizontale en $+\infty$

   b. L'accélération du ballon est inférieure à 1 m/s^{-2} à partir de $t_2 = 0.48$ s.

Exercice 2 : **(9 points)**

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
Variations de f	$0 \nearrow +\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	

1. **a.** L'axe des ordonnées a pour équation $x = 0$ et est une droite verticale.
   Or les asymptotes verticales de la courbe $\mathscr{C}$ sont les droites d'équation $x = -2$ et $x = 1$.
   Donc l'axe des ordonnées n'est pas une asymptote de $\mathscr{C}$

   b. La courbe $\mathscr{C}$ admet deux asymptotes verticales d'après ce qui précède.

   c. La courbe $\mathscr{C}$ admet une seule asymptote horizontale (en $-\infty$). Il s'agit de la droite d'équation $y = 0$, donc de l'axe des abscisses.

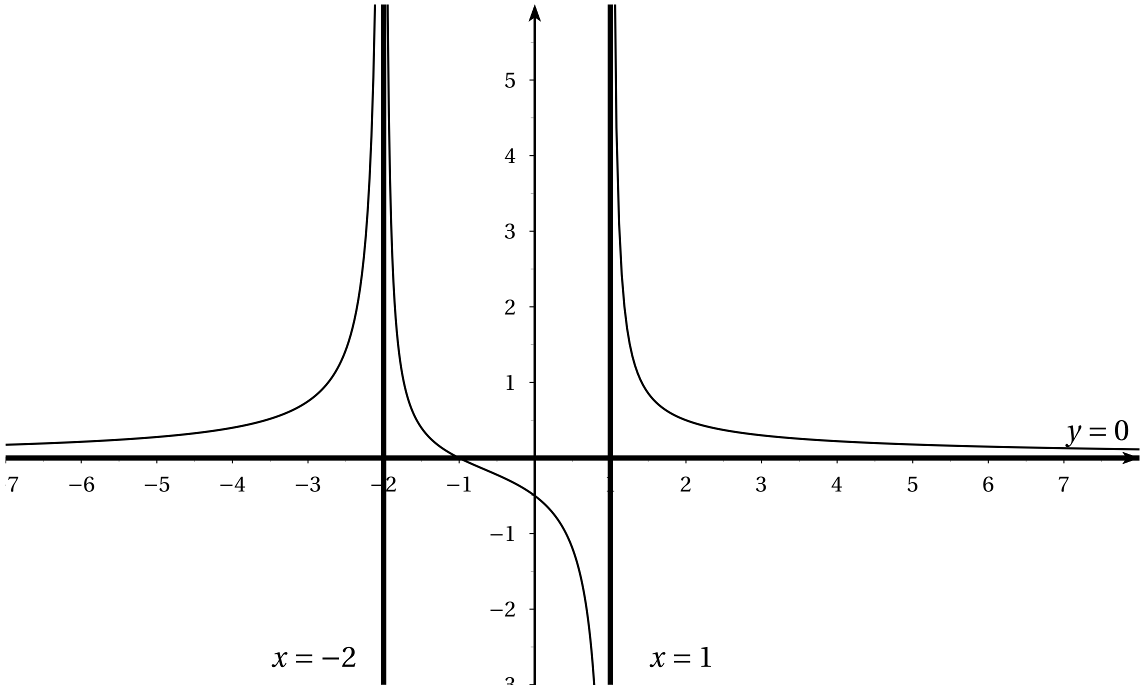
   d. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0+$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{f(x)} = +\infty$

   e. $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} f(x) = -\infty$ et 5 est impair donc $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} \left(f(x)\right)^5 = -\infty$

   f. $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} f(x) = -\infty$ et 2014 est pair donc $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} \left(f(x)\right)^{2014} = +\infty$

   g. L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions : une dans l'intervalle $]-2;1[$ et une dans $]1;+\infty[$ d'après les limites aux bornes de ces intervalles.

2.



Exercice 3 : **(6 points)**

$$\lim_{x\to+\infty} x^2-3x+4 = \lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} 4x^3+\sqrt{x}\ ?$$

On sait que $\lim\limits_{x\to+\infty} 4x^3 = +\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$ Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} 4x^3+\sqrt{x} = +\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{2x^2-5x+7}{3x-4} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x^2}{3x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{3} = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^5-5x^3}{2x+4x^5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x^5}{4x^5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \left(x+2014\right)^{10}\ ?$$

On sait que $\lim\limits_{x\to-\infty} x+2014 = \lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$ et 2014 est pair donc $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(x+2014\right)^{10} = +\infty$

$$\lim_{x\overset{<}{\longrightarrow}2} \frac{5}{(x-2)^2}\ ?$$

$\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}2} 5 = 5$, $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}2} (x-2) = 0^-$ donc $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}2} (x-2)^2 = 0^2 = 0^+$ Donc $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}2} \frac{5}{(x-2)^2} = +\infty$