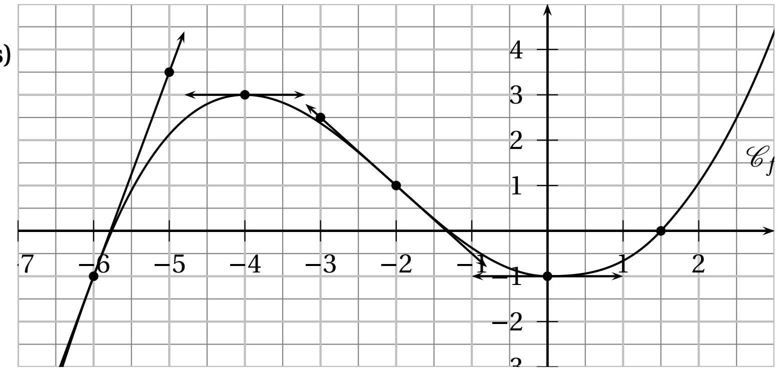
∾ CORRECTION DS1 (DÉRIVÉE 1H) ∾
DÉRIVÉE

Exercice 1 : **(4.5 points)**



$f(-6) = -1$ $\quad$ $f(-4) = 3$

$f'(-6) = 4.5$ $\quad$ $f'(-4) = 0$

$f(0) = -1$ $\quad$ $f'(-2) = -1.5$

Exercice 2 : Pour chaque fonction f suivante, calculer la dérivée $f'(x)$ **(6 points)**

⇝ $f(x) = 4x^5 - 5x^4 + \dfrac{x^3}{10} + x + 23$:

$f'(x) = 4 \times 5x^4 - 5 \times 4x^3 + \dfrac{3x^2}{10} + 1 + 0$ $\qquad$ Donc $\boxed{f'(x) = 20x^4 - 20x^3 + \dfrac{3}{10}x^2 + 1}$

⇝ $f(x) = \dfrac{3x^2 - 4}{x - 1}$: $\qquad$ on utilise la formule $\boxed{\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}}$

Avec $\quad u(x) = 3x^2 - 4 \quad$ et $\quad v(x) = x - 1$

Alors $\quad u'(x) = 6x \quad$ et $\quad v'(x) = 1$

D'où $f'(x) = \dfrac{6x \times (x-1) - 1 \times (3x^2 - 4)}{(x-1)^2} = \dfrac{6x^2 - 6x - 3x^2 + 4}{(x-1)^2}$ $\qquad$ Donc $\boxed{f'(x) = \dfrac{3x^2 - 6x + 4}{(x-1)^2}}$

⇝ $f(x) = (-2x + 17)^{100}$: $\qquad$ on utilise la formule $\boxed{(u^n)' = n \times u' \times u^{n-1}}$

Avec $\quad u(x) = -2x + 17 \quad$ et $\quad n = 100$

Alors $\quad u'(x) = -2 \quad$ et $\quad n - 1 = 99$

D'où $f'(x) = 100 \times (-2) \times (-2x + 17)^{99}$ $\qquad$ Donc $\boxed{f'(x) = -200(-2x + 17)^{99}}$

Exercice 3 : Sur $[-5;5]$ par $g(x) = x^3 + 2,4x^2 - 2,4x + 1$ **(7 points)**

1. $g'(x) = 3x^2 + 2,4 \times 2x - 2,4 \times 1 + 0$ $\qquad$ Donc $\boxed{g'(x) = 3x^2 + 4,8x - 2,4}$

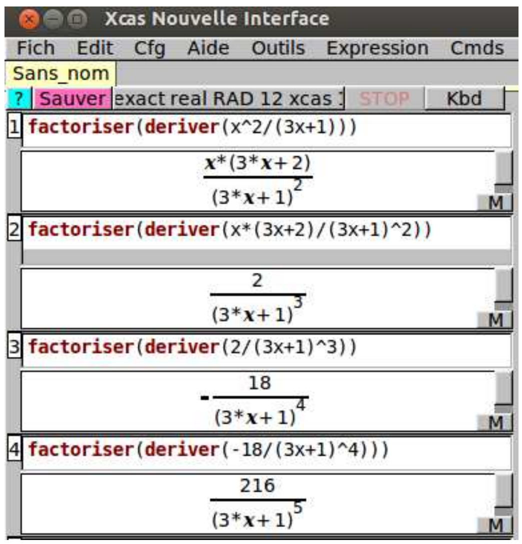
2. Pour étudier le signe de $g'(x)$ on commence par chercher x tel que $g'(x) = 0$.
Or g' est un polynôme de degré 2. Donc on calcule $\Delta = b^2 - 4ac = 4,8^2 - 4 \times 3 \times (-2,4) = 51,84$.
Ainsi les racines de g' sont $\quad x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4,8 - \sqrt{51,84}}{6} = \dfrac{-4,8 - 7,2}{6} = \dfrac{-12}{6} = -2$
Et $\quad x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4,8 + 7,2}{6} = \dfrac{2,4}{6} = 0,4$
De plus, la parabole représentative de g' est ouverte vers le haut (car $a > 0$). Donc $g'(x)$ est positif à l'extérieur de ses racines. On obtient le tableau suivant :

x	-5		-2		0.4		5
Signe de $g'(x)$		+	0	−	0	+	
Variations de g	$g(-5)$	↗	$g(-2)$	↘	$g(0.4)$	↗	$g(5)$

3. On a déduit la dernière ligne du tableau grâce aux signes de $g'(x)$.
De plus, $g(-5)=(-5)^3+2,4\times(-5)^2-2,4\times(-5)+1=-52$ $\quad g(-2)=\ldots=4,7$
Et $g(0,4)=\ldots=0,488$ $\quad g(5)=\ldots=174$

4. L'équation générale d'une tangente au point d'abscisse a est $\boxed{T_a : y=f'(a)(x-a)+f(a)}$ (pour une fonction f).
Ici $a=1$ donc l'équation de la tangente est $T_1 : y=g'(1)(x-1)+g(1)$
Or $g'(1)=3\times1^2+4,8\times1-2,4=5,4$ et $g(1)=1^3+2,4\times1^2-2,4\times1+1=2$
D'où l'équation est $y=5,4(x-1)+2$ ou encore plus simplement $\boxed{T_1 : y=5,4x-3,4}$

Exercice 4 : **(2.5 points)**



1. Soient f,g,h, les fonctions définies sur $[0;+\infty[$ par

$$f(x)=\frac{x(3x+2)}{(3x+1)^2} \qquad g(x)=\frac{2}{(3x+1)^3} \qquad h(x)=\frac{x^2}{3x+1}$$

Dans chaque cas, entourer la bonne réponse

g est	une primitive de f	**la dérivée de f** car $f'=g$ (ligne 2)
h est	**une primitive de f** car $h'=f$ (ligne 1)	la dérivée de f
f est	**une primitive de g** car $f'=g$ (ligne 2)	une primitive de h

2. Soit r la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $r(x)=-\dfrac{18}{(3x+1)^4}$.
Donner une primitive R de r sur $[0;+\infty[$.
D'après XCas, une primitive de r sur $[0;+\infty[$ est $R=g$ car $R'(x)=g'(x)=r(x)$ (ligne 3) .