

DEVOIR MAISON 4 TRIGONOMÉTRIE

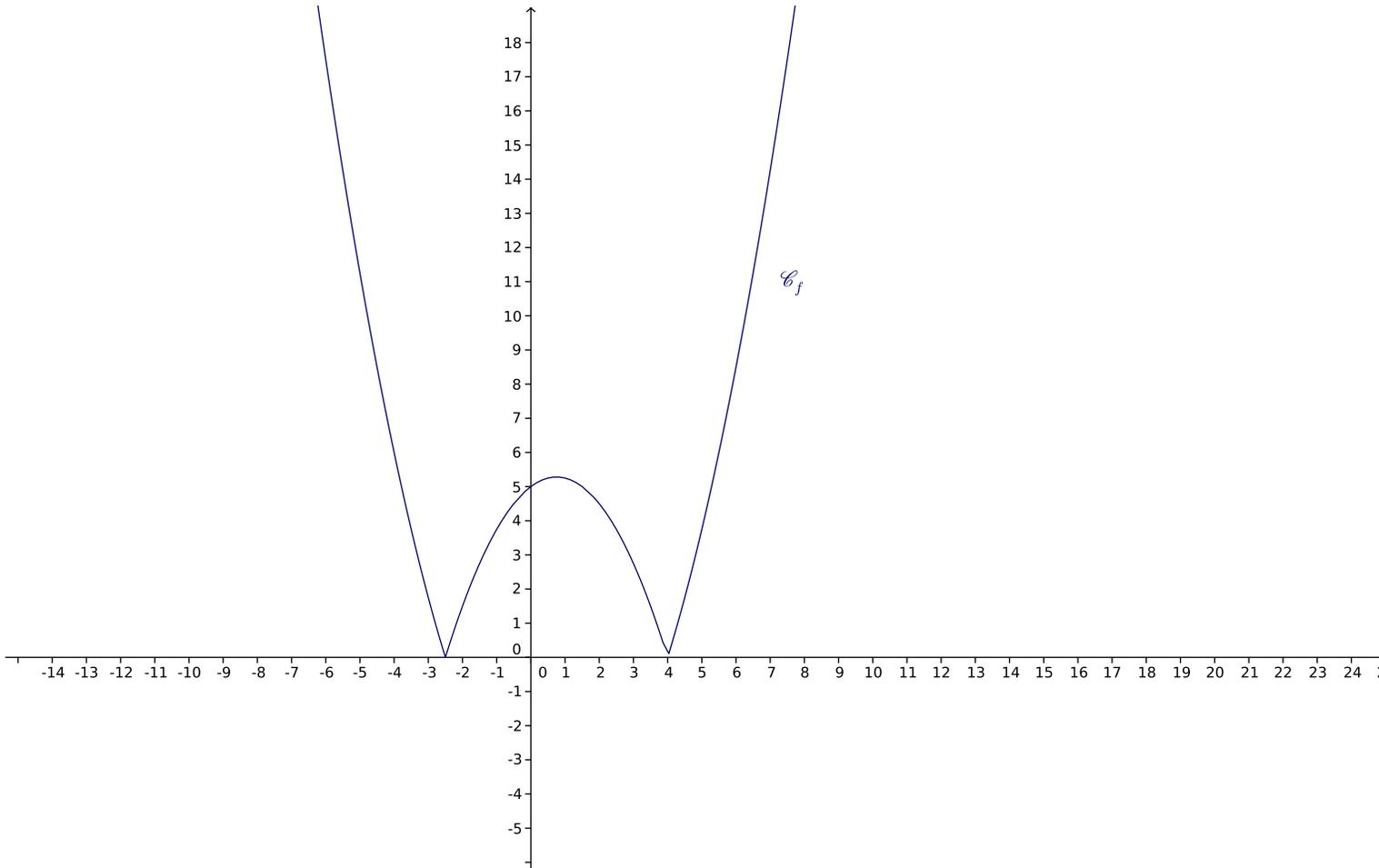
Vous traiterez l'exercice suivant.

A rendre le 01/12/14

Exercice 1.

★★

On donne la représentation graphique d'une fonction f :



Déterminer une fonction f pouvant admettre une telle représentation graphique. On justifiera soigneusement sa réponse.

La forme de la représentation graphique ci-dessus rappelle la parabole; de plus la représentation graphique est au dessus de l'axe des abscisses c'est pourquoi on cherche des fonctions f sous la forme :

$$f(x) = |ax^2 + bx + c|$$

Les racines du polynôme $ax^2 + bx + c$ sont $-2,5$ et 4 par conséquent :

$$ax^2 + bx + c = a(x - (-2,5))(x - 4) = a(x + 2,5)(x - 4) = a(x^2 + 2,5x - 4x - 10) = a(x^2 - 1,5x - 10) = ax^2 - 1,5ax - 10a$$

De plus graphiquement $f(0) = 5$ donc :

$$|a \times 0^2 + b \times 0 + c| = 5 \iff |c| = 5 \iff c = \pm 5$$

Si $c = 5$ alors on a :

$$ax^2 + bx + 5 = ax^2 - 1,5ax - 10a$$

Par identification on en déduit que $-10a = 5 \iff a = \frac{5}{-10} = -0,5$ et donc :

$$ax^2 - 1,5ax - 10a = -0,5x^2 + 1,5 \times 0,5x + 5 = -0,5x^2 + 0,75x + 5$$

Une fonction pouvant admettre une telle représentation graphique est donc la fonction f_1 définie sur \mathbb{R} par :

$$f_1(x) = |-0,5x^2 + 0,75x + 5|$$

Si $c = -5$ alors :

$$ax^2 + bx - 5 = ax^2 - 1,5ax - 10a$$

Par identification on en déduit que $-10a = -5 \iff a = \frac{5}{10} = 0,5$ et donc :

$$ax^2 - 1,5ax - 10a = 0,5x^2 - 1,5 \times 0,5x - 5 = 0,5x^2 - 0,75x - 5$$

Une fonction pouvant admettre une telle représentation graphique est donc la fonction f_2 définie sur \mathbb{R} par :

$$f_2(x) = |0,5x^2 - 0,75x - 5|$$

Il existe deux polynôme dont la valeur absolue donne la représentation graphique de l'énoncé, cependant on a :

$$f_1(x) = f_2(x)$$