

♫ DEVOIR MAISON 8 ♫

SUITE ARITHMÉTIQUE ET GÉOMÉTRIQUE

L'ensemble des devoirs maisons sera relevé. Les deux exercices sont à traiter.

A rendre le 27/04/15

Exercice 1.



Dans le pays des merveilles d'Alice, le lapin blanc, depuis le temps, a fait des enfants (enfin des adolescents plutôt...). Du plus vieux au plus jeune : le lapin bleu et le lapin noir. A l'adolescence chacun des lapins a réclamé de l'argent de poche. Noter que les lapins du pays des merveilles sont adolescents de 0 à 4 ans, ils deviennent enfants par la suite et n'ont jamais été adultes.

Le lapin blanc a décidé de donner au lapin bleu dès sa naissance et jusqu'au jour de ses 4 ans des carottes de la manière suivante :

- 3 carottes la première semaine ;
- Chaque semaine deux carottes de plus que la semaine précédente.

On admet qu'au pays des merveilles chaque année est constituée d'exactly 52 semaines et chaque mois de 4 semaines. Remarquons que les lapins du pays des merveilles ont un treizième mois...

On note $u_0 = 3$ et u_n le nombre de carottes reçues par le lapin bleu le jour où il fête ses n semaines.

1. Justifier que (u_n) est une suite arithmétique ; préciser sa raison, son premier terme et son sens de variation.
2. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 . Combien de carottes le lapin bleu a-t-il reçu le premier mois ?
3. Exprimer u_n en fonction de n .
4. Calculer le nombre de carottes reçues par le lapin bleu le jour de ses 1 an, de ses 2 ans, de ses 3 ans et enfin le jour de ses 4 ans.
5. Pour leur seule consommation personnelle les lapins du pays des merveilles ont besoin de 300 carottes par semaine.
 - (a) A partir de quel âge le lapin bleu peut-il se nourrir à satiété ?
 - (b) Déterminer le nombre total de carottes que le lapin blanc a donné au lapin bleu au cours de son adolescence. On devra donc calculer :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{207} = \sum_{i=0}^{i=207} u_i$$

- (c) Dès qu'il reçoit plus de 300 carottes, le lapin bleu (fort économe) met toutes les autres de côté. Déterminer le nombre de carottes économiser par le lapin bleu.
- (d) Grand amateur de montre, le lapin bleu décide de troquer ses carottes contre des montres au cours suivant, 1 montre contre 540 carottes. Déterminer le nombre de montres que le lapin bleu a pu acquérir grâce aux carottes économisées.

Exercice 2.

Vient le tour du dernier né du lapin blanc, le lapin noir. Détestant les habitudes le lapin blanc modifie le système des « carottes de poches » et le lapin noir se voit proposer le système suivant :

- 3 carottes la première semaine ;
- Chaque semaine 3,5% de carottes en plus de la semaine précédente (le lapin blanc donnera s'il le faut des morceaux de carottes...)

On note t la suite telle que t_n vaut le nombre de carottes reçues par le lapin rouge le jour de sa n -ième semaine. Notons que $t_1 = 3$ et que t_0 n'existe pas.

1. Quelle est la nature de la suite (t_n) ; préciser sa raison, son premier terme et son sens de variation.
2. Calculer t_1 ; t_2 et t_3 . Combien de carottes le lapin noir a-t-il reçu le premier mois ?
3. Exprimer t_n en fonction de n .
4. Calculer le nombre de carottes reçues par le lapin noir le jour de ses 1 an, de ses 2 ans, de ses 3 ans et enfin le jour de ses 4 ans.
5. Pour leur seule consommation personnelle les lapins du pays des merveilles ont besoin de 300 carottes par semaine.
 - (a) A partir de quel âge le lapin noir peut-il se nourrir à satiété ?
 - (b) Déterminer le nombre total de carottes que le lapin blanc a donné au lapin noir au cours de son adolescence.
 - (c) Dès qu'il reçoit plus de 300 carottes, le lapin noir (économe lui aussi) met toutes les autres de côté. Déterminer le nombre de carottes économiser par le lapin noir.
 - (d) Par rapport au lapin précédent, le cours de la carotte a augmenté de 10%. Déterminer le nombre de montres que le lapin noir a pu acquérir grâce aux carottes économisées.