

♫ DEVOIR MAISON 7 ♫ LOI BINOMIALE

Vous traiterez au moins deux exercices parmi les trois suivants.

A rendre le 25/03/15

Exercice 1.



Un lot contient 3% de pièces défectueuses. On prélève au hasard un échantillon de 10 pièces. Les pièces étant très nombreuses, on admet que le tirage peut être considéré comme fait au hasard et avec remise. Soit X la variable donnant le nombre de pièces défectueuses dans l'échantillon.

1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ; préciser ses paramètres.
2. Calculer $P(X = 0)$ puis la probabilité qu'au moins une pièce prélevée soit défectueuse.
3. Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$ puis interpréter.
4. Combien de pièces doit-on prélever pour être sûr à plus de 99% d'en avoir au moins une défectueuse ?
On justifiera avec le plus de précision possible.
5. Une entreprise a prélevé un échantillon de 1000 pièces et 67 se sont révélées défectueuses. Est-il légitime de remettre en question le fait que 3% de pièces soient défectueuses ?

Exercice 2.



Un QCM comporte 5 affirmations. Pour chaque affirmation, on doit répondre par vrai (V) si l'affirmation est toujours vraie, faux (F) si elle est toujours fautive ou par (P) si on ne peut pas conclure. Une réponse au QCM est une suite de 5 lettres parmi V, F ou P.

1. (a) Quel est le nombre de réponses possibles pour le QCM ?
(b) Le nombre de réponses comprenant exactement 3 V est-il égal à $\binom{5}{3}$? Argumentez et si vous répondez négativement, déterminer le nombre de réponses comprenant exactement 3 V.
2. On décide d'attribuer 2 points pour chaque réponse exacte. Combien de points doit-on retirer par réponse inexacte pour que le candidat qui répond au hasard ait une espérance mathématique nulle ?
3. Un candidat répond au hasard et on appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de bonnes réponses. Indiquer la loi suivie par X , préciser ses paramètres puis calculer $E(X)$.

Exercice 3.



Une cible est composée d'un carré de côté 20 cm et d'un disque de rayon 10 cm de même centre. On suppose que la cible est toujours atteinte. La probabilité d'atteindre un secteur de la cible est proportionnelle à l'aire de ce secteur.

1. Montrer que la probabilité p d'atteindre le disque avec une fléchette vaut $p = \frac{\pi}{4}$.
2. On lance 3 fléchettes sur la cible. Les lancers sont supposés indépendants. On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de fois où le disque est atteint.
 - (a) Quelle est la probabilité d'atteindre exactement 2 fois le disque ?
 - (b) Quelle est la probabilité d'atteindre au moins 1 fois le disque ?
 - (c) Quelle est l'espérance mathématique de X ?
3. On lance une fléchette ; puis on s'arrête si on atteint le **disque** et on continue sinon. On appelle Y la variable aléatoire donnant le nombre de fléchettes qu'on a lancé.
 - (a) Y suit-elle une loi binomiale ?
 - (b) Quelle est la probabilité de lancer exactement deux fléchettes ?
 - (c) Quelle est la probabilité de lancer moins de deux fléchettes ?