

DS  
LOI NORMALE ET MATRICES (1H)

**Exercice 1 :**

(10 points)

Dans cet exercice, les résultats approchés seront arrondis à  $10^{-3}$  près.

**Partie A**

Une entreprise produit en grande série un composant A. Une étude statistique permet d'admettre que la probabilité qu'un composant ait une durée de vie supérieure à 1 000 heures est 0,67. Les durées de vie des composants sont indépendantes les unes des autres.

Pour un échantillon de 50 composants, on note X la variable aléatoire égale au nombre de composants ayant une durée de vie supérieure à 1 000 heures.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité  $p(X = 42)$ .
3. Ci-contre est donné un extrait du tableau, obtenu à l'aide d'un tableur, donnant les valeurs des probabilités  $p(X \leq k)$ , où k désigne un nombre entier naturel appartenant à l'intervalle  $[0; 50]$ .

À l'aide de ce tableau, déterminer la probabilité que le nombre de composants ayant une durée de vie supérieure à 1 000 heures parmi cet échantillon soit strictement supérieur à 42.

	A	B	C
1	k	$p(X \leq k)$	
2	38	0,937 149 61	
3	39	0,968 259 95	
4	40	0,985 629 89	
5	41	0,994 231 41	
6	42	0,997 973 63	
7	43	0,999 387 18	
8	44	0,999 843 76	
9	45	0,999 967 36	
10	46	0,999 994 64	
11	47	0,999 999 35	
12	48	0,999 999 95	
13	49	1	
14	50	1	

**Partie B**

Dans cette partie, on décide d'approcher la loi de la variable aléatoire X par la loi normale de moyenne 33,5 et d'écart type 3,3.

On note Y une variable aléatoire suivant la loi normale de moyenne  $\mu = 33,5$  et d'écart type  $\sigma = 3,3$ .

Dans cette partie, des schémas explicatifs de vos choix de calculs sont le bienvenus.

1. Justifier le choix des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ .
2. Calculer la probabilité  $P(27 \leq Y \leq 40)$ .
3. Calculer la probabilité  $P(Y \leq 35)$ .
4. Calculer la probabilité  $P(Y > 42)$ .
5. Déterminer la valeur, arrondie à  $10^{-1}$ , du nombre réel a tel que

$$p(Y \leq a) = 0,95.$$

6. Déterminer la valeur, arrondie à  $10^{-1}$ , du nombre réel  $b$  tel que

$$p(Y \geq b) = 0,95.$$

7. Déterminer la valeur, arrondie à  $10^{-1}$ , du nombre réel  $c$  tel que

$$p(33,5 - c \leq Y \leq 33,5 + c) = 0,95.$$

 **Exercice 2 :**

**(3 points)**

On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix} ; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculer à la main en détaillant l'étapes lorsque c'est possible :

$$3A - 2B \quad A + C \quad A \times C \quad C \times A$$

 **Exercice 3 :**

**(2 points)**

Résoudre le système suivant à l'aide des matrices et de votre calculatrice, mais en rédigeant bien la méthode.

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ -y + 2z = 25 \\ -2x + y + z = 15 \end{cases}$$

 **Exercice 4 :**

**(5 points)**

Chez trois fournisseurs de matériaux, j'ai relevé les tarifs suivants :

	Fournisseur A	Fournisseur B	Fournisseur C
Sac de sable	2,1 €	2 €	1,9 €
Sac de gravier	2 €	2 €	2 €
Sac de ciment	5,4 €	5,3 €	5,1 €

Pour chaque fournisseur, j'ai présenté la même commande. Le fournisseur A me demande 58,1 €, le fournisseur B me demande 56,5 € et le fournisseur C me demande 54,4 €.

Quelle est la quantité de sable, gravier et ciment que j'ai besoin de leur commander ?