INTERRO N° 8

Exercice 1 :

1. Dans un repère du plan on considère deux vecteurs $\vec{u}(x; 1-x)$ et $\vec{v}(x-1; 3)$ où $x \in \mathbb{R}$. Déterminer x afin que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si :

$$3x - (1-x)(x-1) = 0 \iff 3x - (x - 1 - x^2 + x) = 0 \iff 3x + x^2 - 2x + 1 = 0 \iff x^2 + x + 1 = 0$$

$\Delta = 1 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$ donc il n'existe aucun réel x tel que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soit colinéaire.

2. Dans un repère du plan on considère deux vecteurs $\vec{u}(\cos x; 1)$ et $\vec{v}(0.5; 1)$ où $x \in \mathbb{R}$. Déterminer x afin que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si :

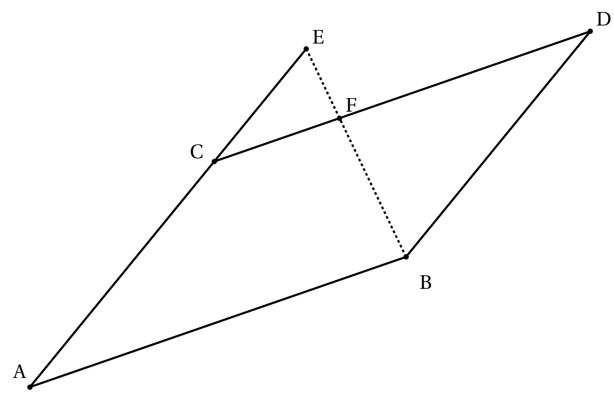
$$\cos x \times 1 - 1 \times 0.5 = 0 \iff \cos x = 0.5 \iff x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$

Exercice 2 :

ABDC est un parallélogramme. On considère les points E et F vérifiant :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$$

1. Réaliser une figure.



2. On se place dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.

a. Démontrer que :

$$\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

D'après la relation de Chasles on a :

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$$

Or, $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ d'où :

$$\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

b. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BE}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.

Puisque $\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ on a $\overrightarrow{BE}\left(-1; \frac{3}{2}\right)$

c. Démontrer que :

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

D'après la relation de Chasles on a :

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF}$$

Or, $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ d'où $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et donc :

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

d. En déduire une expression de $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

D'après la relation de Chasles on a $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et puisque $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ il suit que :

$$\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Ainsi $\overrightarrow{BF}\left(-\frac{2}{3};1\right)$ dans la base $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

e. Les points B, E et F sont-ils alignés ?

Des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BE}\left(-1;\frac{3}{2}\right)$ et $\overrightarrow{BF}\left(-\frac{2}{3};1\right)$ on déduit que comme :

$$-1\times 1 - \frac{3}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right) = -1+1 = 0$$

les vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BF}$ sont alignés et donc les points B, E et F sont alignés.

Nom : .... **Prénom :** .... **Classe : 1G4**

INTERRO N° 8

Exercice 1 :

1. Dans un repère du plan on considère deux vecteurs $\vec{u}\,(x;1-x)$ et $\vec{v}\,(3;x-1)$ où $x\in\mathbb{R}$. Déterminer x afin que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si :

$$x(x-1)-3(1-x)=0 \Longleftrightarrow x^2-x-3+3x=0 \Longleftrightarrow x^2+2x-3=0$$

$\Delta=4+12=16$, il existe donc deux solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2-4}{2}=-3 \qquad \text{et} \qquad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2+4}{2}=1$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $x=1$ ou $x=-3$

2. Dans un repère du plan on considère deux vecteurs $\vec{u}\,(\sin x;\sqrt{2})$ et $\vec{v}\,(0.5;1)$ où $x\in\mathbb{R}$. Déterminer x afin que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si :

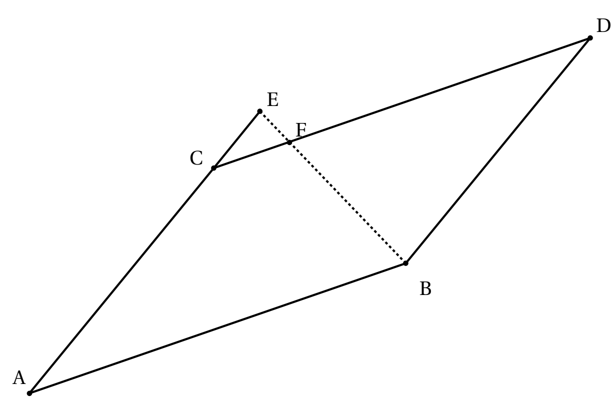
$$\sin x\times 1-\sqrt{2}\times 0.5=0 \Longleftrightarrow \sin x=\frac{\sqrt{2}}{2} \Longleftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+2k\pi \quad \text{avec } k\in\mathbb{Z} \qquad \text{ou} \qquad x=\frac{3\pi}{4}+2k\pi \quad \text{avec } k\in\mathbb{Z}$$

Exercice 2 :

ABDC est un parallélogramme. On considère les points E et F vérifiant :

$$\overrightarrow{AE}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AC} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{CF}=\frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$$

1. Réaliser une figure.



2. On se place dans la base $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

a. Démontrer que :

$$\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{AB}+\frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$$

D'après la relation de Chasles on a :

$$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}$$

Or, $\overrightarrow{AE}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$ d'où :

$$\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{AB}+\frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$$

b. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BE}$ dans la base $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

Puisque $\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ on a $\overrightarrow{BE}\left(-1;\dfrac{5}{4}\right)$

c. Démontrer que :

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$$

D'après la relation de Chasles on a :

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF}$$

Or, $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ d'où $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$ et donc :

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$$

d. En déduire une expression de $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

D'après la relation de Chasles on a $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et puisque $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$ il suit que :

$$\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Ainsi $\overrightarrow{BF}\left(-\frac{4}{5};1\right)$ dans la base $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

e. Les points B, E et F sont-ils alignés ?

Des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BE}\left(-1;\frac{5}{4}\right)$ et $\overrightarrow{BF}\left(-\frac{4}{5};1\right)$ on déduit que comme :

$$-1 \times 1 - \frac{5}{4} \times \left(-\frac{4}{5}\right) = -1 + 1 = 0$$

les vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BF}$ sont alignés et donc les points B, E et F sont alignés.