∾ CORRECTION DS ∾
LOI BINOMIALE

Exercice 1 : **8 points**

1. $X \hookrightarrow B(50, 0.1)$
2. $P(X=0) = 0.9^{50} \simeq 0.0052$
3. $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) \simeq 0.9948$ La probabilité qu'au moins un ordinateur tombe en panne durant le week-end est d'environ 0.9948
4. $P(X=1) = 0.1^1 \times 0.9^{49} \times 50 = 0.0286$ et $P(X=2) = 0.1^2 \times 0.9^{48} \times \binom{50}{2} \simeq 0.0779$
5. $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \simeq 0.1117$
6. $E(X) = np = 50 \times 0.1 = 5.$ Sur un grand nombre de we, le lycée aura en moyenne 5 ordinateurs en panne chaque we.
7. $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{5 \times 0.9} = \sqrt{4,5}$

Exercice 2 : **8 points**

1. **a.** $X \hookrightarrow B(3; 0.3)$
   b. $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0.7^3 = 0.657$
   c. $P(X \leq 3-1) = P(X \leq 2) = 1 - P(X=3) = 1 - 0.3^3 = 0.973$
2. **a.** X est le nombre de filles et donc $3 - X$ est le nombre de garçons pour un père de trois enfants. Ainsi : $Y = 100X - 30(3-X) = 100X - 90 + 30X = 130X - 90$
   b. $E(Y) = E(130X - 90) = 130E(X) - 90 = 130 \times 3 \times 0.3 - 90 = 27$
   c. On cherche l'amende A telle que $E(Y) < 0$. Or désormais, $Y = (100 + A)X - 3A$
   Donc $E(Y) < 0 \iff (100+A)0.9 - 3A < 0 \iff 90 - 2.1A < 0 \iff \dots \iff A > \frac{90}{2.1} \simeq 42,86.$
   Il faut une amende d'au moins 42,86 €
3. **a.** On repète 10 fois de manière identique et indépendante l'épreuve «rencontrer un père de 3 enfants». Cette épreuve est :
   ⇝ soit un succès : «le père au au moins une fille» de probabilité 0.657
   ⇝ soit un échec, de probabilité 0.343
   Z compte le nombre de succès dans ce schéma de Bernoulli, donc $Z \hookrightarrow B(10; 0.657)$
   b. $P(Z=9) = 0.657^9 \times 0.343 \times 10 \simeq 0.078$

Exercice 3 : **4 points**

1. On sait que $E(X) = np \iff \frac{48}{5} = 12 \times p \iff \dots \iff p = \frac{4}{5}$
2. **a.** Y ne suit pas une loi binomiale car on s'arrête de jouer ou non en fonction du résultat de la dernière partie.
   b. $P(Y=1) = P(\text{Bob a remporté la première partie}) = \frac{1}{5}$ Avec un arbre, on trouve aussi :
   $P(Y=2) = P(\text{Alice a remporté la première partie et Bob la deuxième}) = \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$
   c. Alice gagne plus de parties que Bob s'ils jouent au moins 3 parties, donc on cherche à savoir si $P(Y \geq 3)$ est supérieur ou non à $\frac{1}{2}$.
   Or $P(Y \geq 3) = 1 - P(Y=1) - P(Y=2) \simeq 1 - \frac{1}{5} - \frac{4}{25} = 1 - \frac{9}{25} > \frac{1}{2}$.
   donc Alice a plus d'une chance sur 2 de gagner plus de parties que Bob.