

~ DEVOIR SURVEILLÉ ~ VECTEURS ET DROITES

Exercice 1 :

(2 points)

Dans un repère du plan, on donne les vecteurs :

$$\overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} -3 \\ x+1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} x-5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

1. Montrer que $(PQ) // (MN)$ si et seulement si $x^2 - 4x + 4 = 0$.
2. En déduire les coordonnées de \overrightarrow{MN} et de \overrightarrow{PQ} pour lesquelles $(MN) // (PQ)$

Exercice 2 :

(9 points)

On considère trois points A, B et C non alignés et le point D tel que $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$.
On ne demande aucun schéma.

1. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? *Justifier*.

A partir de maintenant, on munit le plan d'un repère et on donne les informations suivantes :

$$A(-2;4), \quad B(2;2), \quad C(-5;0)$$

On ne demande pas de figure.

2. Déterminer les coordonnées de D par le calcul.
3.
 - a. Soit (d) la droite dont une équation cartésienne est $6x + y = 14$.
Vérifier que les points B et D appartiennent à (d) .
 - b. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC).
 - c. Justifier que (BD) et (AC) sont sécantes.
 - d. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection E.
4.
 - a. Calculer les coordonnées du milieu K de [AB] et du milieu L de [CD]
 - b. Les points E, K et L sont-ils alignés ?

Exercice 3 :

(9 points)

On considère un triangle ABC et les points A' , B' et C' , milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].
On appelle O le centre du cercle circonscrit du triangle ABC (ie le point d'intersection des médiatrices des côtés du triangle.)

Une figure est représentée ci-contre.

1. On appelle G le point défini par $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$.

- a. Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$.

- b. Que peut-on en déduire sur les points A, G et A' ?

On admet qu'en suivant le même raisonnement, on peut dire la même chose des points B, G et B' et des points C, G et C' (**on ne demande pas de refaire ce raisonnement !**)

- c. Construire G sur la figure ci-contre.
- d. Que représentent les droites (AA') , (BB') et (CC') pour le triangle ABC ?
Qu'a-t-on démontré ?

2. On appelle H le point défini par $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.

a. Compléter la figure ci-contre par le point H.

Laisser les traits de construction !

b. Montrer que $\vec{AH} = 2\vec{OA'}$

c. En déduire que (AH) est perpendiculaire à (BC).

d. Quelles autres relations peut-on écrire de même ? (on ne demande pas de justification)

e. Que représentent les droites (AH), (BH) et (CH) pour le triangle ABC ?
Qu'a-t-on démontré ?

3. a. Montrer que $\vec{OH} = 3\vec{OG}$

b. Que peut-on en déduire sur les points O, H et G ?

*La droite passant par ces trois points s'appelle la **droite d'Euler** d'un triangle.*

