

# ∞ DEVOIR SURVEILLÉ ∞

## CORRECTION

### Exercice 1 :

4 points

- $|4x-2|=3 \iff 4x-2=3 \text{ ou } 4x-2=-3 \iff \dots \iff x=\frac{5}{4} \text{ ou } x=-\frac{1}{4}$
- $|x+5|=|3-2x| \iff x+5=3-2x \text{ ou } x+5=-(3-2x) \iff \dots \iff x=-\frac{2}{3} \text{ ou } x=8$
- $|4-2x|>3 \iff 4x-2>3 \text{ ou } 4x-2<-3 \iff \dots \iff x>\frac{7}{2} \text{ ou } x<\frac{1}{2}$
- $\left| \sin x - \frac{1}{2} \right| \leq 1 \iff -1 \leq \sin(x) - \frac{1}{2} \leq 1 \iff \dots \iff -\frac{1}{2} < \sin(x) < \frac{3}{2}$   
 Un cercle trigonométrique donne alors  $x \in \left] -\pi; -\frac{5\pi}{6} \right[ \cup \left] -\frac{\pi}{6}; \pi \right[$

### Exercice 2 : On considère sur $\mathbb{R}$ la fonction $f$ définie par $f(x) = |3x+1| - |1-x| + 3$ . 6 points

- Si  $3x+1 \geq 0$  alors  $|3x+1| = 3x+1$   
 Sinon  $|3x+1| = -(3x+1)$   
 Ainsi :  $|3x+1| = \begin{cases} 3x+1 & \text{Si } x \geq -\frac{1}{3} \\ -3x-1 & \text{Sinon} \end{cases}$   
  
 Si  $1-x \geq 0$  alors  $|1-x| = 1-x$   
 Sinon  $|1-x| = -(1-x)$   
 Ainsi :  $|1-x| = \begin{cases} 1-x & \text{Si } x \leq 1 \\ x-1 & \text{Sinon} \end{cases}$
- $f(x) = |3x+1| - |1-x| + 3$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
Expression de $ 3x+1 $	$-3x-1$	0	$3x+1$	$3x+1$
Expression de $ 1-x $	$1-x$		0	$x-1$
Expression de $f(x)$	$-2x+1$		$4x+3$	$2x+5$

Finalement si  $x < -\frac{1}{3}$  on a  $f(x) = -3x-1 - (x-1) + 3 = -4x+3$

Si  $-\frac{1}{3} \leq x < 1$  on a  $f(x) = 3x+1 - (x-1) + 3 = 2x+2$

Si  $x \geq 1$  on a  $f(x) = 3x+1 - (1-x) + 3 = 4x+3$

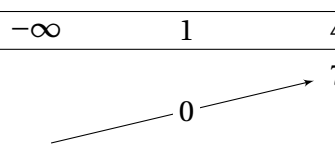
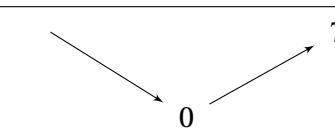
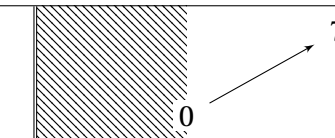
### 3. On en déduit

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
Variations de $f$		$\swarrow$	$\searrow$	
		$\frac{5}{3}$		

4. Représenter  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  (unité graphique = 1 cm).
5. Si  $x < -\frac{1}{3}$  alors  $f(x) = 10 \iff -2x+1 = 10 \iff \dots \iff x = -\frac{9}{2} < -\frac{1}{3}$  donc  $-\frac{9}{2}$  est un antécédent de 10 sur  $]-\infty; -\frac{1}{3}[$
- Si  $-\frac{1}{3} \leq x < 1$  alors  $f(x) = 10 \iff 4x+3 = 10 \iff \dots \iff x = \frac{7}{4} \notin ]-\frac{1}{3}; 1[$  donc il n'y a pas d'antécédent pour 10 sur  $]-\frac{1}{3}; 1[$
- Si  $x \geq 1$  alors  $f(x) = 10 \iff 2x+5 = 10 \iff \dots \iff x = \frac{5}{2} > 1$  donc  $\frac{5}{2}$  est un antécédent de 10 sur  $]1; +\infty[$
- Au final, 10 possède deux antécédents par  $f$ .

 **Exercice 3** : On donne le tableau de variations d'une fonction  $u$  :

**2 points**




$x$	$-\infty$	1	4	6	$+\infty$
Variations de $u$					
Variations de $ u $					
Variations de $\sqrt{u}$					

 **Exercice 4** :

**5 points**

Déterminer les tableaux de variations de chacune des fonctions suivantes, sur le plus grand ensemble possible, par la méthode des tableaux de variations successifs :

$$f(x) = 4 - 2|x| \qquad g(x) = \frac{1}{|4 - 2x|} \qquad h(x) = 5 - \frac{1}{\sqrt{4 - 2x^2}}$$

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de $ x $			
Variations de $-2 x $			
Variations de $4 - 2 x $			

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
Variations de $4 - 2x$	↘ 0 ↘		
Variations de $ 4 - 2x $	↘ 0 ↗		
Variations de $\frac{1}{ 4 - 2x }$	↗   ↘		

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$2$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
Variations de $x^2$	↘ 0 ↗				
Variations de $-2x^2$	↗ 0 ↘				
Variations de $4 - 2x^2$	↗ 0 ↗ 4 ↘ 0 ↘				
Variations de $\sqrt{4 - 2x^2}$		↗ 0 ↗ 2 ↘ 0 ↘			
Variations de $\frac{1}{\sqrt{4 - 2x^2}}$		↘ 0 ↘ $\frac{1}{2}$ ↗			
Variations de $-\frac{1}{\sqrt{4 - 2x^2}}$		↗ 0 ↗ $\frac{1}{2}$ ↘			
Variations de $5 - \frac{1}{\sqrt{4 - 2x^2}}$		↗ 0 ↗ $\frac{9}{2}$ ↘			

**Exercice 5 :** On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$

**3 points**

1. On cherche  $x$  tel que  $4 - 2x \geq 0 \iff \dots \iff x \leq 2$ .

Donc  $D_f = ]-\infty; 2]$

2. Soient  $x$  et  $y$  appartenant à  $D_f$  tels que  $x < y \leq 2$ .

Alors  $-2x > -2y \geq -4 \iff 4 - 2x > 4 - 2y \geq 0 \iff \sqrt{4 - 2x} > \sqrt{4 - 2y} \geq 0 \iff f(x) > f(y) \geq 0$

L'ordre des images et des antécédents est inversé : La fonction  $f$  est strictement décroissante sur  $D_f$ .